

04788 - FONDAMENTI DI MATEMATICA (A-L)

A.A. 2007/08

Esercizi di ripasso, foglio n. 5

1. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

(a) $\int (x-2)^3 dx$

(b) $\int \frac{x+2}{x} dx$

(c) $\int \frac{1}{u-1} du$

(d) $\int \frac{x}{x+2} dx$

(e) $\int \tan \alpha d\alpha$

(f) $\int x \cos x dx$

(g) $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+4} dx$

(h) $\int x^2 e^x dx$

(i) $\int \sin \sqrt{x} dx$

2. Calcolare i seguenti integrali indefiniti, integrando per parti:

(a) $\int \sin x \cos x dx$

(b) $\int \log_3 x dx$

(c) $\int (\ln x)^2 dx$

3. Calcolare i seguenti integrali definiti:

(a) $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x+2}} dx$

(b) $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) dx$

(c) $\int_1^2 \frac{u^3}{1+u^4} du$

(d) $\int_1^2 x \log x dx$

(e) $\int_0^4 e^{\sqrt{x}} dx$

4. Calcolare l'area totale delle due porzioni di piano delimitate dalle rette $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ e $y = 1 - x$.
5. Disegnare sul piano cartesiano la retta $y = x$ e la parabola $y = x^2 - 2$, avendo cura di determinare esattamente i punti di intersezione fra queste due curve. Poi calcolare l'area compresa fra di esse.
6. Calcolare l'area compresa fra le rette $x = 0$, $y = 2$ e $y = e^x$.
7. Spiegare perché, se f è una funzione dispari sull'intervallo $[-a, a]$ (dove $a \in \mathbb{R}^+$), allora

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

8. Calcolare i seguenti integrali impropri:

$$(a) \int_1^{+\infty} (3x + 7)^{-1/3} dx$$

$$(b) \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$(c) \int_1^5 \frac{1}{\sqrt{z-1}} dz$$

$$(d) \int_0^{+\infty} x^5 \exp(-x^6) dx$$

$$(e) \int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$$

9. Date le seguenti funzioni a due o più variabili, calcolare le derivate parziali indicate:

$$(a) f(x, y) = x^2 + \tan(xy),$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) =$$

$$(b) f(x, y, z) = \sin x + x \log_{10}(y^2 + z),$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) =$$

$$(c) f(x, y) = e^{xy^2},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \quad , \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \quad ,$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) =$$