

04788 - FONDAMENTI DI MATEMATICA (A-L), A.A. 2007/08
Esame scritto, 5 dicembre 2007

Nome: _____
Cognome: _____
Matricola: _____

Punteggio:

ISTRUZIONI: Su questo foglio vanno scritte **solo** le soluzioni, nello spazio dell'esercizio corrispondente, oppure, per gli esercizi che la richiedono, una dimostrazione sintetica. Riconsegnare **tutti** i fogli usati durante il compito. Nonostante il punteggio massimo ottenibile sia di 160 punti, il voto sarà espresso in 150esimi.

1. [18 pt] Sia A l'insieme delle automobili al momento immatricolate in Italia. Dire se le seguenti leggi di relazione sono funzioni e, se sì, se sono iniettive e/o suriettive:

(a) la legge fra A e \mathbb{N} che, data un'automobile, ne dà il numero degli sportelli

(b) la legge fra A e \mathbb{R} che, data un'automobile, ne dà il consumo, in km/l, in diverse circostanze di guida (traffico cittadino, autostrada, ecc.)

(c) la legge fra A e T , ove T è l'insieme delle targhe al momento circolanti in Italia, che lega ciascuna automobile alla sua targa

2. [10 pt] VERO o FALSO (cerchiare la parola corrispondente): Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua e tale che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

allora la f ha un massimo e un minimo finiti.

3. [20 pt] Scrivere la definizione di derivata di una funzione f nel punto x_0 .

Usare quella definizione per calcolare la derivata di $f(x) = \sqrt{x}$ in un generico punto $x_0 > 0$.

4. [15 pt] Determinare il dominio naturale, e il relativo codominio, della funzione $f(x) = \sqrt{1 - e^x}$.

5. [20 pt] Calcolare i seguenti limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x + x^2 + \cos x}{x^2 + 1} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) =$

6. [35 pt] Studiare la funzione $f(x) = e^{-x^2}$. In particolare determinarne:

(a) il dominio naturale

(b) gli asintoti verticali e orizzontali

(c) $f'(x) =$

(d) gli intervalli di crescita e decrescenza

(e) i punto di massimo e di minimo relativi

(f) $f''(x) =$

(g) gli intervalli di concavità e convessità

(h) i punti di flesso

Inoltre, si disegni qui sotto il grafico di f .

7. [22 pt] Sul piano cartesiano disegnare le curve $y = 1 - x$; $y = \ln x$; $x = 3$. A fianco, scrivere l'integrale che descrive l'area della regione delimitata da queste tre curve.

Calcolare quell'integrale.

8. [20 pt] Calcolare i seguenti integrali (definiti o indefiniti):

(a) $\int \sin^3 x \cos x \, dx =$

(b) $\int_0^1 \frac{1}{2x - 4} \, dx =$