

Nome: _____
 Cognome: _____
 Matricola: _____

Punteggio:

ISTRUZIONI: Su questo foglio vanno scritte **solo** le soluzioni, nello spazio dell'esercizio corrispondente, oppure, per gli esercizi che la richiedono, una dimostrazione sintetica. Riconsegnare **tutti** i fogli usati durante il compito. Nonostante il punteggio massimo ottenibile sia di 160 punti, il voto sarà espresso in 150esimi.

1. [15 pt] Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Cerchiare le affermazioni necessariamente vere:
 - (a) f ha un massimo ed un minimo su $[a, b]$
 - (b) Per ogni valore massimo y_0 della f esiste un unico punto di massimo $x_0 \in [a, b]$
 - (c) Se $f(a) > 0$ e $f(b) < 0$, allora $\exists c \in [a, b]$ tale che $f(c) = 0$
 - (d) Se x_0 è un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$
 - (e) f non ha asintoti verticali nell'intervallo $[a, b]$

2. [25 pt] Per ciascuna delle seguenti due funzioni, determinare il dominio naturale $D(f)$ e il relativo codominio $C(f)$. Dire poi se la f è invertibile come funzione $f : D(f) \rightarrow C(f)$. Se sì, scrivere la funzione inversa $x = f^{-1}(y)$.
 - (a) $f(x) = \ln(x^2 + 2)$
 - (b) $f(x) = \arctan(3^x)$

3. [20 pt] Determinare il minimo ed il massimo della funzione $f(x) = x^3 - 3x + 1$ sull'intervallo $[-3, 3]$.

4. [20 pt] Calcolare i seguenti limiti:
 - (a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log x}{x} =$
 - (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1 - 2x}{\sin^2 x} =$
 - (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\log_{10} x + x^3 - 2}}{2^{-x} - 2x^2} =$

5. [15 pt] Definendo $g(x, y, z) = \cos(xz) + x^2y^3$, calcolare

$$\frac{\partial g}{\partial x}(x, y, z) =$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}(x, y, z) =$$

6. [30 pt] Studiare la funzione $f(x) = 2\sin x + x$, definita sul dominio $[0, 2\pi]$. In particolare determinarne:

(a) gli asintoti verticali e orizzontali

(b) $f'(x) =$

(c) gli intervalli di crescita e decrescenza

(d) i punti di massimo e di minimo relativi

(e) $f''(x) =$

(f) i punti di flesso

Inoltre, si disegni qui sotto il grafico di f .

7. [15 pt] Calcolare i seguenti integrali (che possono essere definiti, indefiniti o impropri):

(a) $\int_2^4 \frac{1}{\sqrt{x-2}} dx =$

(b) $\int e^{\sqrt{x}} dx =$

8. [20 pt] Scrivere l'enunciato del Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale [sia la parte riguardante la cosiddetta funzione integrale di f che la parte riguardante il calcolo dell'integrale definito di f .]

Usare tale teorema per calcolare

$$\frac{d}{dx} \int_0^x e^{-t^4} dt =$$