

04788 - FONDAMENTI DI MATEMATICA (A-L)

A.A. 2008/09

Esercizi di ripasso, foglio n. 3

1. Usando la definizione di derivata come limite del rapporto incrementale, calcolare le seguenti derivate:
 - (a) $f'(1)$, ove $f(x) = x^3$
 - (b) $f'(2)$, ove $f(x) = \sqrt{x}$
 - (c) $f'(0)$, ove $f(x) = \tan x$
 - (d) $f'(x_0)$, con x_0 generico, ove $f(x) = \frac{1}{x}$
2. Calcolare le derivate (intese come funzioni derivate) delle seguenti funzioni:
 - (a) $f(x) = \ln(x^4 + 1)$
 - (b) $f(x) = \frac{\cos x}{\cos x + \sin x}$
 - (c) $f(x) = xe^{x^2}$
 - (d) $f(x) = \frac{1}{\log_{10} x}$
 - (e) $f(x) = \sin(\ln(x^2))$
 - (f) $f(x) = 2^{\cos x}$
 - (g) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$
 - (h) $f(x) = x^2 e^x \sin x$
 - (i) $f(x) = \exp(\ln(x^2))$
3. Vero o falso: assumendo f derivabile ovunque, se f ha derivata nulla in x_0 , allora x_0 è un punto di massimo o di minimo relativo.
4. Vero o falso: nel punto di massimo locale di una funzione differenziabile, la derivata prima si annulla.
5. Calcolare le derivate prima e seconda delle seguenti funzioni:
 - (a) $f(x) = \exp(x^3)$
 - (b) $f(x) = \log_3 x$
 - (c) $f(x) = \tan(2x)$
6. Calcolare la derivata di ordine 102 della funzione seno. *[Suggerimento: Si cominci con la derivata prima, poi seconda, poi terza, ecc. ecc., e si intuisca come vanno le cose.]*
7. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $y = \sin x$ nel punto $x = \pi/6$.
8. Il grafico della funzione $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$, definita sul dominio naturale, ha due soli punti, (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , dove la tangente al grafico è orizzontale. Trovare questi due punti.
9. Scrivere l'equazione di quella retta tangente al grafico di $f(x) = 1 - x^2$ (in un punto da determinarsi) che è parallela alla bisettrice del I e III quadrante. *[Suggerimento: Che pendenza ha una retta parallela alla bisettrice del I e III quadrante?]*