

04788 - FONDAMENTI DI MATEMATICA (A-L)

A.A. 2008/09

Esercizi di ripasso, foglio n. 5

1. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

(a) $\int (x-2)^3 dx$

(b) $\int \frac{x+2}{x} dx$

(c) $\int \frac{1}{u-1} du$

(d) $\int \frac{x}{x+2} dx$

(e) $\int \tan \alpha d\alpha$

(f) $\int x \cos x dx$

(g) $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+4} dx$

(h) $\int x^2 e^x dx$

(i) $\int \sin \sqrt{x} dx$

2. Calcolare i seguenti integrali indefiniti, integrando per parti:

(a) $\int \sin x \cos x dx$

(b) $\int \log_3 x dx$

(c) $\int (\ln x)^2 dx$

3. Calcolare i seguenti integrali definiti:

(a) $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x+2}} dx$

(b) $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) dx$

(c) $\int_1^2 \frac{u^3}{1+u^4} du$

(d) $\int_1^2 x \log x dx$

(e) $\int_0^4 e^{\sqrt{x}} dx$

4. Integrando per parti due volte la funzione $f(x) = e^x \sin x$, si giunga ad un'eguaglianza in cui, sia al membro destro che al membro sinistro, compaia l'espressione $\int e^x \sin x \, dx$. Si usi questa eguaglianza per determinare $\int e^x \sin x \, dx$.
5. Usando la sola definizione di integrale definito, valutare $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} \, dx$.
[Suggerimento: che curva è $y = \sqrt{1-x^2}$?]
6. Una funzione si definisce *pari* se, $\forall x \in D(f)$, $f(x) = f(-x)$ e *dispari* se, $\forall x \in D(f)$, $f(x) = -f(-x)$. Fissato $a \in \mathbb{R}^+$, spiegare perché:
- (a) se f è pari sull'intervallo $[-a, a]$, allora $\int_{-a}^a f(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$;
- (b) se f è dispari sull'intervallo $[-a, a]$, allora $\int_{-a}^a f(x) \, dx = 0$.
7. Calcolare l'area totale delle due porzioni di piano delimitate dalle rette $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ e $y = 1 - x$.
8. Disegnare sul piano cartesiano la retta $y = x$ e la parabola $y = x^2 - 2$, avendo cura di determinare esattamente i punti di intersezione fra queste due curve. Poi calcolare l'area compresa fra di esse.
9. Calcolare l'area compresa fra le rette $x = 0$, $y = 2$ e $y = e^x$.
10. Date le seguenti funzioni a due o più variabili, calcolare le derivate parziali indicate:

(a) $f(x, y) = x^2 + \tan(xy)$,

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) =$$

(b) $f(x, y, z) = \sin x + x \log_{10}(y^2 + z)$,

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) =$$

(c) $f(x, y) = e^{xy^2}$,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \quad , \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \quad ,$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) =$$