

04788 - FONDAMENTI DI MATEMATICA (A-L), A.A. 2008/09

Esame scritto, 18 febbraio 2009

Nome: _____
 Cognome: _____
 Matricola: _____

Punteggio:

--

ISTRUZIONI: Su questo foglio vanno scritte **solo** le soluzioni, nello spazio dell'esercizio corrispondente, oppure, per gli esercizi che la richiedono, una dimostrazione sintetica. Riconsegnare **tutti** i fogli usati durante il compito. Nonostante il punteggio massimo ottenibile sia di 160 punti, il voto sarà espresso in 150esimi.

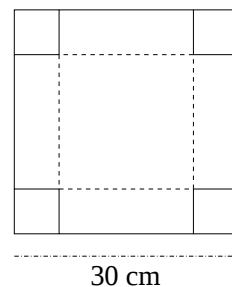
1. [15 pt] Scrivere la definizione corretta di $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, con $x_0 \in \mathbb{R}$.

2. [15 pt] Calcolare tutti i valori della coppia di parametri a e b affinché la seguente funzione sia continua e derivabile in $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \sin(ax), & x \leq 0 \\ ae^x + be^{-ax} - 4x, & x > 0 \end{cases}$$

3. [15 pt] Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $y = \sin^2 x$ nel punto $x_0 = \pi/6$.

4. [20 pt] Dato un pezzo di cartone quadrato, di $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$, si vuole costruire una scatola senza coperchio (avente cioè solo la base e le 4 facce laterali). La costruzione avviene tagliando ed eliminando 4 quadrati agli angoli del pezzo di cartone (vedi figura) e poi "tirando su" le 4 alette che si sono formate, che verranno unite con del nastro adesivo. Determinare il massimo volume della scatola che si può costruire in questa maniera.



5. [20 pt] Data la funzione $f(x, y) = \sin(x^3 + y^2)$, calcolare

(a) $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y) =$

(b) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) =$

6. **[35 pt]** Studiare la funzione $f(x) = x^2 e^x$, definita sul dominio naturale. In particolare determinarne:

- (a) il dominio naturale
- (b) gli intervalli di positività e negatività
- (c) gli asintoti verticali e orizzontali
- (d) $f'(x) =$
- (e) gli intervalli di crescita e decrescenza
- (f) i punti di massimo e di minimo relativi
- (g) $f''(x) =$
- (h) le ascisse dei punti di flesso

Inoltre, si disegni qui sotto il grafico di f .

7. **[20 pt]** Calcolare i seguenti integrali (che possono essere definiti o indefiniti):

(a) $\int_0^2 (x-2)^3 dx =$

(b) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx =$

(c) $\int \sin \sqrt{x} dx =$

8. **[20 pt]** Calcolare l'area della regione del piano delimitata dalle due parabole $y = x^2 - 4x - 6$ e $y = -x^2$.

[Suggerimento: quale delle due parabole sovrasta l'altra?]