

16954 - MATEMATICA 2, A.A. 2009/10

Esame scritto, 24 giugno 2010

Nome: _____
Cognome: _____
Matricola: _____

Punteggio:

--

ISTRUZIONI: Su questo foglio vanno scritte **tutte le soluzioni ottenute e solo quelle**, nello spazio dell'esercizio corrispondente (**n.b.:** una soluzione può anche essere un grafico, per esempio, o una dimostrazione sintetica, a seconda degli esercizi). Riconsegnare **tutti** i fogli usati durante il compito.

Nonostante il punteggio massimo ottenibile sia di 160 punti, il voto sarà espresso in 150esimi.

1. [10 pt] Trovare un vettore di $\mathbb{R}^3$ che sia contemporaneamente ortogonale a $\vec{v} = (2, 1, 0)$ e a $\vec{w} = (0, 1, 1)$.

2. [15 pt] Dimostrare che i vettori $\vec{v}_1 = (0, -1, 1, 1)$, $\vec{v}_2 = (3, -1, 4, -2)$, $\vec{v}_3 = (-2, 1, -3, 1)$ sono linearmente dipendenti, esibendo una combinazione lineare nulla, cioè scrivendo dei valori non banali di a, b, c per cui $a\vec{v}_1 + b\vec{v}_2 + c\vec{v}_3 = \vec{0}$.

3. [15 pt] Calcolare la matrice inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. [32 pt] Della seguente matrice trovare tutti gli autovalori e gli autovettori (tralasciando il calcolo degli autovettori corrispondenti ad eventuali autovalori complessi).

[Suggerimento: Se il polinomio caratteristico è già in partenza parzialmente fattorizzato, non ha senso rimoltiplicarlo per poi fattorizzarlo di nuovo.]

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5. [18 pt] Valutare i seguenti limiti:

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (\pi,2)} \tan\left(\frac{x}{y}\right) =$

(b) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{e^{xyz}}{x^2 + y^4 + (z-1)^2} =$

(c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}} =$

6. [15 pt] Determinare il piano tangente al grafico della funzione $f(x, y) = \ln(x^2 + e^y)$ nel punto $(x_0, y_0) = (1, 0)$.

7. [20 pt] Trovare e classificare tutti i punti critici della funzione $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$.

8. [15 pt] Sia T il triangolo di $\mathbb{R}^2$ avente vertici nell'origine, in $(1, 1)$ e in $(0, 1)$. Calcolare

$$\int_T \sin(\pi y^2) dA =$$

9. [20 pt] Scrivere la soluzione generale dell'equazione differenziale $y''' + y = 2$.