

## Cinematica in più dimensioni

1. Determinare le funzioni accelerazione vettoriale e modulo dell'accelerazione vettoriale per la legge oraria  $\vec{r}(t) = (A \cos(\omega t), A \sin(\omega t), vt)$ .
2. Un punto materiale si muove nello spazio con legge oraria

$$\vec{r}(t) = (4.04 + 12.1t - 3.76t^3, \cos(0.587t), -18.4t + 0.491t^4) \text{ m.}$$

Assumendo che l'asse  $z$  del sistema di riferimento sia verticale e diretto verso l'altro, determinare il punto di minima quota della traiettoria.

3. Al tempo  $t = 0$ , ad un corpo puntiforme che si trova nel punto  $P = (0, 0, 500)$ , viene impressa una velocità iniziale  $\vec{v}_0 = (\alpha, 0, 0)$ , dopodiché il corpo è sottoposto ad una funzione accelerazione pari a  $\vec{a}(t) = (6\beta^3 t, 2\beta, -10)$ . Che valore devono avere  $\alpha$  e  $\beta$  affinché, ad un tempo positivo, il corpo arrivi al punto  $Q = (6, 10, 0)$ ?
4. Un razzo si trova su una piattaforma posta a 10 m di altezza. Ad un certo punto, il razzo viene sganciato dalla piattaforma (trovandosi quindi istantaneamente in stato di quiete) e contemporaneamente vengono accesi i suoi motori, i quali gli imprimono una accelerazione orizzontale  $\vec{a}$ , costante nel tempo (la quale si combina ovviamente con l'accelerazione di gravità, rivolta verso il basso). A distanza di 200 m dalla piattaforma, nella direzione e verso del moto del razzo, si trova un bersaglio rettangolare i cui lati inferiore e superiore si trovano, rispettivamente, a 2 e a 6 m da terra. Determinare i valori di  $\vec{a}$  per cui il razzo colpisce il bersaglio. Esprimere la risposta in multipli di  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Che tipo di curve sono le traiettorie del razzo?
5. Ripetere l'esercizio 4, sostituendo l'accelerazione costante  $\vec{a}$  con un'accelerazione variabile  $\vec{a}(t)$  che ha la sola componente orizzontale, pari a  $a_x(t) = bt^2$  con  $b > 0$ , e orientata verso il bersaglio. Determinare i valori di  $b$  per cui razzo colpisce il bersaglio (non ha senso esprimere questi valori in termini di  $g$ , dato che  $b$  è misurato in  $\text{m/s}^4$ ). Rispondere anche all'ultima domanda.