

Variabili aleatorie

1. Sapendo che ω è distribuito uniformemente in $[0, 1]$, determinare la distribuzione di $X(\omega) := \omega^n$. (Ciò significa: dare $P_X([a, b])$, $\forall [a, b] \in [0, 1]$, oppure dare la densità f_X , se questa esiste.) Determinare inoltre i valori di n per cui la probabilità che $X \leq 1/2$ è maggiore del 95%.
2. Dare la distribuzione della variabile aleatoria $X(\omega) := \omega^2$ definita sullo spazio $[-1, 2]$ con probabilità uniforme. La X è assolutamente continua? Se sì, scriverne la densità.
3. Una variabile aleatoria X su \mathbb{R}_0^+ ha densità $f_X(x) := 1/(x+1)^2$. Trovare una funzione $\varphi : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ tale che la variabile aleatoria $Y := \varphi(X)$ sia esponenziale di parametro λ .
4. Scrivere la funzione cumulativa di una variabile aleatoria X che ha un terzo di probabilità di valere 2 e che, nei restanti casi, è distribuita come una $\Gamma(2, 2)$. Generare tale variabile a partire da una variabile ω uniforme in $]0, 1[$.