

Cognome: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

Voto:

**ISTRUZIONI:** *Compilare innanzitutto i dati anagrafici nello spazio soprastante. Nello spazio dopo ogni quesito riportare lo svolgimento **in bella copia**, evidenziando le risposte ad ogni domanda fatta.*

1. [8 pt] Studiare la funzione  $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ , valutando i limiti ai bordi del dominio, gli intervalli in cui la funzione è positiva o negativa, gli intervalli di crescita e decrescenza e gli eventuali punti di massimo e minimo locale, con i corrispondenti valori. Infine disegnare il grafico di  $f$ .

*[Nota: In questo esercizio si richiedono gli intervalli di positività e negatività, ma non quelli di convessità e concavità (che non sono davvero necessari per un buon grafico). Sarà comunque nota di merito aver calcolato anche questi ultimi.]*

2. [4 pt] Calcolare  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$

3. [4+2 pt] È noto che la concentrazione di  $^{14}\text{C}$  (Carbonio 14) in un essere vivente è circa costante durante la sua vita e diminuisce dopo la sua morte, secondo la formula  $C(t) = C_0 e^{-at}$ , dove  $t$  è il tempo misurato in anni a partire dalla data di morte, che è convenzionalmente fissata a  $t = 0$ . Si sa che l'emivita di questo decadimento (cioè il tempo  $T$  al quale la concentrazione di  $^{14}\text{C}$  è la metà della concentrazione iniziale) è 5730 anni.

(a) Determinare  $a$ .

(b) Se troviamo un osso di animale e riusciamo a stabilire che al momento attuale  $C(t) = 0.8 C_0$ , quanti anni fa è morto l'animale?