

# 28360 - FISICA MATEMATICA 1, A.A. 2013/14

## Prova scritta, 8 gennaio 2014

Cognome: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_


Voto:

--

**ISTRUZIONI:** Come prima cosa, compilare i dati anagrafici su questo foglio, nello spazio soprastante. Le risposte alle domande d'esame vanno scritte, **in forma leggibile e dopo essere state interamente elaborate**, su due fogli distinti, uno per le domande di teoria (T1–T4) e uno per gli esercizi (E1–E4). Ogni risposta alle domande di teoria non dovrebbe superare le 10-12 righe (a parte eventuali grafici, equazioni o passaggi di dimostrazione). Su ciascuno dei fogli protocollo che si riconsegnano scrivere in alto a destra il proprio cognome e numero di matricola.

- T1) Disegnare la legge oraria e la traiettoria del seguente moto unidimensionale, per  $t \geq 0$ : al tempo  $t = 0$ , un punto materiale si trova fermo ad altezza  $h > 0$  dal suolo. Al tempo  $t_1 > 0$  esso viene lasciato cadere, soggetto solo alla forza di gravità. Al momento di impatto  $t_2$  si suppone (ovviamente approssimando) che l'oggetto si fermi istantaneamente senza rimbalzi.
- T2) Dare la definizione di campo di forze conservativo. Poi scrivere la funzione che rappresenta un campo di forze elastico con posizione d'equilibrio nell'origine. Dimostrare infine che tale campo di forze è conservativo.
- T3) Dati  $M$  e  $R$ , rispettivamente la massa e il raggio della Terra, e  $G$ , la costante gravitazionale universale, derivare la formula per la velocità di fuga dalla Terra (cioè la minima velocità verticale che si deve dare ad un corpo affinché questo non ricada più sulla Terra, supponendo tutti gli altri corpi celesti ininfluenti).
- T4) Dare la definizione di sistema di riferimento inerziale. Fissato un sistema inerziale, scrivere una condizione necessaria e sufficiente affinché un altro sistema di riferimento sia inerziale.
- E1) Un punto materiale si muove lungo una retta con un'accelerazione pari a  $a(t) = -bt^{-3}$ , dove  $b = 40$  m·s. Si sa che  $v(1) = 20$  m/s e che  $x(1) = 10$  m. Il punto materiale raggiungerà (a tempi positivi) il punto  $\bar{x} = 35$  m? Se sì, a quale tempo?
- E2) Un treno, formato da una locomotiva di massa  $m_\ell = 1.8 \cdot 10^4$  kg e da un vagone di massa  $m_v = 10^4$  kg, sta accelerando della quantità  $a = 2.00$  m/s<sup>2</sup>. Che forza sta esercitando il motore della locomotiva? Per il terzo principio della dinamica, fra la locomotiva e il vagone si crea una coppia di forze opposte. Dare il modulo di queste forze.
- E3) Una palla viene lasciata cadere da un'altezza di 12.2 m. Supponendo la palla perfettamente elastica (capace cioè, come una molla, di immagazzinare energia potenziale quando viene schiacciata e di restituirla completamente una volta tornata nella posizione naturale), determinare l'altezza massima della palla dopo il secondo rimbalzo a terra. Nella realtà, però, le palle non sono perfettamente elastiche e ci sono diverse cause di dissipazione di energia meccanica. Un modello più realistico per questo esperimento è che, un istante dopo il rimbalzo a terra, la palla abbia il 75% dell'energia cinetica che aveva un istante prima del rimbalzo. Rispondere alla domanda precedente sotto queste ipotesi.

[In entrambi i casi, assumere come ininfluente la resistenza della aria.]

E4) Un pendolo di Foucault è installato proprio sulla verticale del Polo Nord terrestre. Un osservatore solidale al sistema di riferimento della Terra fa oscillare il pendolo in maniera tale che, nel momento in cui esso si trova a piombo (cioè il filo è perfettamente verticale sopra il Polo Nord), la velocità scalare del peso in fondo al filo è di  $0.642 \text{ m/s}$ . In quell'istante, come si sa, la traiettoria del peso (sempre nel sistema solidale alla Terra) è ben approssimata da un infinitesimo arco di cerchio orizzontale. Calcolare il raggio di tale cerchio.