

Cinematica in più dimensioni

1. Determinare le funzioni accelerazione vettoriale e modulo dell'accelerazione vettoriale per la legge oraria $\vec{r}(t) = (A \cos(\omega t), A \sin(\omega t), vt)$.
2. Trascurando in questo esercizio le unità di misura, un punto materiale si muove nello spazio con legge oraria

$$\vec{r}(t) = (4.04 + 12.1t - 3.76t^3, \cos(0.587t), -18.4t + 0.491t^4).$$

Assumendo che l'asse z del sistema di riferimento sia verticale e diretto verso l'alto, determinare il punto di minima quota della traiettoria.

3. Al tempo $t = 0$ s, ad un corpo puntiforme che si trova nel punto $P = (0, 0, 500)$ m, viene impressa una velocità iniziale $\vec{v}_0 = (\alpha, 0, 0)$, dopodiché il corpo è sottoposto ad una funzione accelerazione pari a $\vec{a}(t) = (6\beta^3\gamma t, 2\beta, \delta)$ con $\gamma = 1 \text{ m}^{-2}\text{s}^3$ e $\delta = -10 \text{ m s}^{-2}$. Che valore devono avere α e β affinché, ad un tempo positivo, il corpo arrivi al punto $Q = (6, 10, 0)$ m?
4. Un razzo si trova su una piattaforma posta a 10 m di altezza. Ad un certo punto, il razzo viene sganciato dalla piattaforma (trovandosi quindi istantaneamente in stato di quiete) e contemporaneamente vengono accesi i suoi motori, i quali gli imprimono una accelerazione orizzontale $\vec{a}$, costante nel tempo (la quale si combina ovviamente con l'accelerazione di gravità, rivolta verso il basso). A distanza di 200 m dalla piattaforma, nella direzione e verso del moto del razzo, si trova un bersaglio rettangolare i cui lati inferiore e superiore si trovano, rispettivamente, a 2 e a 6 m da terra. Determinare i valori di $\vec{a}$ per cui il razzo colpisce il bersaglio. Esprimere la risposta in multipli di $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Che tipo di curve sono le traiettorie del razzo?
5. Ripetere l'esercizio 4, sostituendo l'accelerazione costante $\vec{a}$ con un'accelerazione variabile $\vec{a}(t)$ che ha la sola componente orizzontale, pari a $a_x(t) = bt^2$ con $b > 0$, e orientata verso il bersaglio. Determinare i valori di b per cui razzo colpisce il bersaglio (non ha senso esprimere questi valori in termini di g , dato che b è misurato in m/s^4). Rispondere anche all'ultima domanda.