

Relatività ristretta

1. Siano dati due sistemi in moto relativo con velocità $v = 2.13 \cdot 10^8$ m/s. Una lampadina ferma rispetto ad uno dei due sistemi viene accesa e poi spenta dopo 4.75 s (nel tempo di quel sistema). Riferendosi ora all'altro sistema, determinare la durata dell'accensione della lampadina e la distanza fra il punto in cui la lampadina si accende e quello in cui si spegne.
2. Un viaggiatore si trova su un treno che sta sfrecciando velocissimo su un binario quando vede un orologio digitale estremamente accurato fermo nel sistema di riferimento del binario. Nel lasso di tempo in cui l'orologio del binario cambia la cifra del millesimo di secondo, egli nota che il suo (altrettanto preciso) orologio da polso ha avanzato di $1.000457 \cdot 10^{-3}$ s. A che velocità (supposta uniforme) sta andando il treno?

[Note: In questo esercizio la risposta sarà volutamente irrealistica. Notare inoltre che c'è bisogno di tutte le cifre significative date nell'unico dato numerico sopra menzionato. Approssimare quel dato ad $1.00 \cdot 10^{-3}$ s sarebbe un errore enorme. Perché?]

3. Un foglio che si muove ad altissima velocità v (orizzontale ed uniforme) viene fatto passare davanti agli occhi di Superman il quale, grazie ai suoi superpoteri, riesce a vederci l'immagine di un segmento inclinato a 60° , cioè $\pi/3$ rad, rispetto alla direzione orizzontale. Si sa che sul foglio è in realtà disegnato un segmento inclinato a 45° , cioè $\pi/4$ rad. Esprimere la velocità v come multiplo di c .
4. (**Leggermente più difficile**) Un astronave sta viaggiando fra i pianeti A e B della Federazione Galattica, i quali sono approssimativamente fermi l'uno rispetto all'altro. Per questo motivo misurano il tempo usando orologi sincronizzati fra loro. L'astronave si muove di moto rettilineo uniforme fra A e B. Quando l'astronave sfreccia davanti ad A, il capitano nota che gli orologi su A segnano $t_1 = 1000000$ s, mentre l'orologio all'interno dell'astronave viene settato a $t'_1 = 0$ s. Quando l'astronave passa davanti a B, gli orologi su B segnano $t_2 = 1018600$ s e l'orologio dell'astronave segna $t'_2 = 15400$ s. Qual è la velocità v dell'astronave (rispetto ad A e B)? Qual è la distanza fra A e B?
5. (**Leggermente più difficile**) Si considerano tre sistemi di riferimento \mathcal{S} , \mathcal{S}' e \mathcal{S}'' , sincronizzati in maniera che, nei rispettivi tempi 0, essi siano coincidenti (sia le origini che gli assi coordinati). Se il sistema \mathcal{S}' si muove con velocità v_1 sull'asse x rispetto al sistema \mathcal{S} e il sistema \mathcal{S}'' si muove con velocità v_2 sull'asse x' rispetto al sistema \mathcal{S}' , dimostrare che la velocità relativa di \mathcal{S}'' rispetto a \mathcal{S} , sull'asse x , è

$$v_3 = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}.$$

Se v_1 e v_2 sono quasi uguali a c , v_3 sarà circa uguale a...? È sensato questo? Perché?