

28360 - FISICA MATEMATICA 1, A.A. 2014/15

Prova scritta, 12 gennaio 2015

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Voto:

ISTRUZIONI: Come prima cosa, compilare i dati anagrafici su questo foglio, nello spazio soprastante. Le risposte alle domande d'esame vanno scritte, **in forma leggibile e dopo essere state interamente elaborate**, su due fogli distinti, uno per le domande di teoria (T1–T4) e uno per gli esercizi (E1–E4). Ogni risposta alle domande di teoria non dovrebbe superare le 10-12 righe (a parte eventuali grafici, equazioni o passaggi di dimostrazione). Su ciascuno dei fogli protocollo che si riconsegnano scrivere in alto a destra il proprio cognome e numero di matricola.

T1) Supponendo di conoscere $s(t_0)$, per qualche t_0 , e $v(t)$, $\forall t \in \mathbb{R}$, scrivere la formula per ricavare $s(t)$.

[Bonus punteggiato per chi darà anche una dimostrazione, purché molto compatta e che usi solo risultati visti a lezione.]

T2) Dimostrare che il campo gravitazionale sulla superficie terrestre è conservativo.

T3) Scrivere e dimostrare la formula che lega il lavoro compiuto dalla forza totale lungo una traiettoria con la corrispondente variazione di energia cinetica.

T4) Usando le trasformazioni di Lorentz, mostrare che punto materiale che si muove alla velocità della luce in un sistema di riferimento si muove alla velocità della luce in ogni altro sistema di riferimento in moto relativo uniforme.

E1) Un cannone spara un proiettile con alzo $\pi/6$ e velocità scalare $v_0 = 127$ m/s. Calcolare la gittata di questo sparo e il tempo impiegato per raggiungere il bersaglio.

E2) Un filo di massa trascurabile è avvolto attorno ad un sistema di carrucole, con i due capi che pendono verticalmente per gravità. Ad un capo del filo è appesa una massa $m = 1.47$ kg. All'altro un secchio di massa $M_0 = m$. Al tempo $t = 0$ dell'acqua comincia a cadere nel secchio al ritmo di $\alpha = 0.0220$ kg/s. Per $t \geq 0$, scrivere la funzione $M(t)$ che descrive la massa del secchio più l'acqua in esso contenuta, trattati come un unico punto materiale, al tempo t ; e l'accelerazione $a(t)$ di questo punto, rispetto ad un asse rivolto verso l'alto. Ammesso che questo esperimento possa durare all'infinito, verso che valore converge l'accelerazione?

E3) Una bambina di massa $m = 38.2$ kg sta saltando su un tappeto elastico, posto ad altezza $H = 1.40$ m dal suolo. Il tappeto è qui schematizzato come una molla di costante elastica $k = 1280$ N/m, ove l'elongazione della molla corrisponde alla deformazione verticale del centro del tappeto, che è il punto dove la bambina rimbalza. Sapendo che, nell'ultimo salto, la massima deformazione verticale è stata di 0.880 m, determinare la massima altezza dei piedi della bambina durante il salto.

[Trascurare i movimenti muscolari della bambina (che sono in realtà quelli che consentono ad una persona di cominciare a rimbalzare partendo da fermo).]

(Vedi retro)

E4) Un certo elastico di massa trascurabile e di lunghezza a riposo $\ell_0 = 0.560$ m si comporta come una molla di costante elastica $k = 2.04$ N/m (nel senso che una lunghezza $\ell > \ell_0$ produce una forza di tensione pari a $k(\ell - \ell_0)$). Un ragazzino attacca ad un capo dell'elastico un sasso di massa $m = 0.0986$ kg e lo fa roteare orizzontalmente tenendo l'altro capo dell'elastico in mano (la quale è supposta completamente ferma). Si osserva che il moto del sasso è circolare uniforme di frequenza $f = 1/2$ s⁻¹. Che lunghezza ha l'elastico durante questo moto? Per via della gravità, il piano della traiettoria si trova ad un livello più basso rispetto alla mano del ragazzino. Qual è questa differenza di altezza?