32144 - MATEMATICA APPLICATA ALL'ARCHITETTURA, A.A. 2014/15

Foglio di esercizi n. 1

Curve

1. Per le seguenti curve parametrizzate, scrivere la lunghezza d'arco come funzione del parametro e calcolare la lunghezza della curva.

   (a) $r(t) = (1 + 2t, -3t, -2 + t); \quad t \in [2, 4]$

   (b) $r(t) = (3t^2, 3t^4, 2t^6); \quad t \in [0, 1]$

   (c) $r(t) = (\sqrt{2}\cos t, \sin t, \sin t); \quad t \in [0, 2\pi]$

   (d) $r(t) = (2e^{3t}, 3e^{2t}, 3e^t); \quad t \in [0, 1]$

   (e) $r(t) = (\sqrt{2}\cos t, \sin t - t, \sin t + t); \quad t \in [-2\pi, 4\pi]$

   (f) $r(t) = (\ln t, 2\sqrt{2}t, 2t^2); \quad t \in [1, 2]$

   (g) $r(t) = (0, \sin\sqrt{t}, \cos\sqrt{t}); \quad t \in [0, \sqrt{\pi}]$

2. Riparametrizzare a lunghezza d'arco le seguenti curve parametrizzate, indicando anche il dominio della nuova curva parametrizzata. *[È possibile usare le soluzioni dell'esercizio precedente.]*

   (a) $r(t) = (1 + 2t, -3t, -2 + t); \quad t \in [2, 4]$

   (b) $r(t) = (\sqrt{2}\cos t, \sin t, \sin t); \quad t \in [0, 2\pi]$

   (c) $r(t) = (\sqrt{2}\cos t, \sin t - t, \sin t + t); \quad t \in [-2\pi, 4\pi]$

   (d) $r(t) = (0, \sin\sqrt{t}, \cos\sqrt{t}); \quad t \in [0, \sqrt{\pi}]$

3. Per ogni curva parametrizzata qui sotto, determinare il triedro di Fernet, la curvatura e la torsione nei punti indicati.

   (a) $r(t) = (\sqrt{2}\cos t, \sin t, \sin t); \quad r(0), r(\pi)$

   (b) $r(t) = (\sqrt{2}\cos t, \sin t - t, \sin t + t); \quad r(0)$

   (c) $r(t) = (t^2, t, t^3); \quad r(0), r(1)$

   (d) $r(t) = (e^t, e^{-2t}, t + 1); \quad r(0)$

   (e) $r(t) = (\sin t, \ln(t + 1), \cos(2t)); \quad r(0)$

   (f) $r(t) = (t\cos t, t\sin t, t); \quad r(\pi/2)$

   (g) $r(t) = (\sqrt{t}, t\log t, t^3 + t^2); \quad r(1)$

4. Per ogni curva parametrizzata qui sotto e per ogni punto indicato, determinare le equazioni cartesiane dei piani coordinati di Fernet, la retta tangente (sotto forma di equazione parametrica vettoriale) e la circonferenza osculatrice (sia nella forma di equazione parametrica vettoriale che nella rappresentazione cartesiana), nel punto indicato. *[È possibile usare i conti svolti per l'esercizio precedente.]*

   (a) $r(t) = (\sqrt{2}\cos t, \sin t, \sin t); \quad r(0), r(\pi)$

   (b) $r(t) = (t^2, t, t^3); \quad r(0), r(1)$

   (c) $r(t) = (e^t, e^{-2t}, t + 1); \quad r(0)$

   (d) $r(t) = (\sqrt{t}, t\log t, t^3 + t^2); \quad r(1)$