

Prova scritta di PROBABILITÀ E STATISTICA, 11 giugno 2015

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Voto:

--

ISTRUZIONI: *Compilare i dati anagrafici su questo foglio, nello spazio soprastante. Le risposte vanno scritte su un foglio di bella copia in forma leggibile e dopo essere state interamente elaborate. Su ciascuno dei fogli protocollo che si riconsegnano scrivere in alto a destra il proprio cognome e numero di matricola.*

1. Data una partizione $\{F_i\}_{i=1}^k$ di uno spazio degli esiti S ed un evento E , scrivere e dimostrare la seconda formula di Bayes per la quantità $P(F_j|E)$, dove $j \in \{1, 2, \dots, k\}$.
2. Sia dato un vettore aleatorio (X, Y) su $\mathbb{R}^2$, con densità congiunta $f(x, y) = g(x)h(y)$, dove g ed h sono funzioni $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$. Che condizione dobbiamo dare sugli integrali di g ed h affinché quanto sopra abbia senso? Quali sono le densità marginali di X ed Y ? Possiamo dire che X ed Y sono indipendenti?
3. Il campione statistico degli esiti di un certo esame universitario è: 18, 21, 30, 20, 22, 30, 18, 24, 24, 27, 30, 30, 23, 18, 30, 31, 25, 24, 30, 22 (il voto 31 rappresenta il 30 e lode). Calcolare media, mediana e moda campionarie.
4. In un lancio di due dadi non truccati, siano E l'evento "il primo dado dà 4" e F l'evento "la somma dei due dadi è 7". Mostrare che gli eventi E e F sono indipendenti. Inoltre, sia G l'evento "la somma dei due dadi è 6". E e G sono indipendenti? Giustificare la risposta.
5. La squadra A si è qualificata per la finale di un torneo di calcio e sta aspettando l'esito della semifinale fra B e C. Assumiamo che: la squadra B vincerà la semifinale con probabilità 30%; se andrà in finale la squadra B, la probabilità che A la batta in finale è 80%; se andrà in finale la squadra C, la probabilità che A la batta in finale è 50%. Qual è la probabilità che la squadra A vinca il torneo?
6. Siete dei centralinisti ed avete davanti il telefono A ed il telefono B. Il tempo (in minuti) dopo il quale squillerà il telefono A è una variabile aleatoria X di densità $f(x) = e^{-x}$, per $x > 0$, e $f(x) = 0$, per $x \leq 0$. Il tempo dopo il quale squillerà il telefono B è una variabile aleatoria Y di densità $g(y) = 2e^{-2y}$, per $y > 0$, e $g(y) = 0$, per $y \leq 0$. Si assume che queste due variabili sono indipendenti (perché quello che succede ad un telefono è indipendente da quello che succede all'altro). Sia $Z = \min\{X, Y\}$, ovvero Z è la variabile aleatoria che descrive il tempo dopo il quale squillerà uno dei due telefoni. Per un generico $z > 0$, calcolare $P(Z > z)$.

[Suggerimento: servirà calcolare $P(X > z)$ e $P(Y > z)$.]