

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Anno Accademico *2007/2008*

Facoltà *Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali*

Corsi di Laurea o di Diploma *Specialistica in Matematica*

Insegnamento **Algebra Superiore II**

Docente titolare del corso Mirella Manaresi **(3 crediti)**

Altri docenti partecipanti (modulo) Marta Morigi **(3 crediti)**

Data inizio Lezioni 19 febbraio 2008

Data fine Lezioni 20 maggio 2008

Da consegnare al docente tramite la Presidenza della Facoltà di appartenenza entro il 31 ottobre e da riconsegnare improrogabilmente al Preside della medesima Facoltà entro 15 gg. dal termine delle lezioni.

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 19 febbraio 2008

Introduzione al corso: obiettivi, modalità d'esame, ricevimento studenti, informazioni varie.

Introduzione storica sulle equazioni algebriche e sul problema della loro risolubilità per radicali dai primi risultati dei matematici arabi al lavoro di Galois. Estensioni di campi. Estensioni semplici, algebriche e trascendenti. Polinomio minimo di un elemento algebrico. Estensioni con un numero finito di elementi algebrici. Dipendenza algebrica e indipendenza algebrica di elementi trascendenti.

Ore 2 (11-13) Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 21 febbraio 2008

Basi di trascendenza. Grado di trascendenza di un'estensione. Estensioni trascendenti pure. Teorema di Steinitz. Estensioni finite ed estensioni algebriche. Teorema della torre. Calcolo di gradi di estensioni finite. Campo di spezzamento di un polinomio.

Ore 2 (11-13) Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 26 febbraio 2008

Gruppi di permutazioni. Gruppi transitivi: definizione ed esempi. Il gruppo diedrale D_8 . Condizioni sufficienti affinché un gruppo di permutazioni sia transitivo.

Ore 2 (11-13) Firma (Marta Morigi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 28 febbraio 2008

Polinomi simmetrici.

Ore 2 (11-13) Firma (Marta Morigi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 4 marzo 2008

Prodotto semidiretto interno ed esterno. Esempi. Trasformazioni affini di uno spazio vettoriale. Azioni di gruppi. Orbite.

Ore 2 (11-13)

Firma (Marta Morigi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 6 marzo 2008

Costruzione di campi di spezzamento. Unicit  del campo di spezzamento a meno di isomorfismi. Estensioni normali. I campi di spezzamento di polinomi sono estensioni normali. Se un'estensione   normale e finita allora   il campo di spezzamento di un polinomio.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 11 marzo 2008

Azioni di gruppi. Cardinalit  delle orbite. Equazione delle classi. Centro di un p -gruppo finito. Lemmi preparatori ai teoremi di Sylow. Teorema di Cauchy.

Ore 2 (11-13)

Firma (Marta Morigi)

Luogo (Aula) Aula Enriques

Data 12 marzo 2008

Polinomi separabili e loro caratterizzazioni. Il discriminante di un polinomio. Se $F \in K[x]$   un polinomio di grado $n > 0$ e K ha caratteristica zero o caratteristica p , con p che non divide n , allora f   separabile. Elementi separabili e estensioni separabili. Teorema dell'elemento primitivo.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 13 marzo 2008

Completamento della dimostrazione del teorema dell'elemento primitivo (il caso di n generatori, il caso del campo finito). Esempi. Cenni sulle estensioni puramente inseparabili. Il gruppo di Galois di un'estensione finita: definizione e proprietà. Esempi. Il gruppo di Galois di un polinomio separabile.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 18 marzo 2008

I tre teoremi di Sylow. Applicazioni. Definizione di gruppo risolubile. Esempi.

Ore 2 (11-13)

Firma (Marta Morigi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 1 aprile 2008

Se L è il campo di spezzamento di un polinomio separabile di $K[x]$ di grado n , allora l'ordine di $Gal(L/K)$ è uguale al grado $[L:K]$, inoltre il gruppo di Galois $Gal(L/K)$ può essere identificato con un sottogruppo di S_n determinato a meno di isomorfismi. Teorema di C.Jordan: il sottogruppo di S_n corrispondente a $Gal(L/K)$ è transitivo se e solo se il polinomio è irriducibile. I gruppi di Galois dei polinomi $x^p - 2$ e $x^5 - 6x + 3$.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 3 aprile 2008

Campo fisso di un sottogruppo del gruppo di Galois $Gal(L/K)$ con L estensione finita di K . Estensioni di Galois e loro caratterizzazioni: un'estensione $K \subset L$ è di Galois se e solo se è il campo di spezzamento di un polinomio di $K[x]$, se e solo se K è il campo fisso di $Gal(L/K)$, se e solo se l'ordine di $Gal(L/F)$ è uguale a $[L:F]$. Chiusura di Galois. Campi coniugati.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 8 aprile 2008

Esempi di gruppi risolubili. Primo e secondo teorema di isomorfismo, con dimostrazione ed esempi.

Ore 2 (11-13)

Firma (Marta Morigi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 10 aprile 2008

Sottogruppi di $Gal(L/K)$ e sottocampi F di L che contengono K , loro coniugati, loro gruppi di Galois. Calcolo esplicito di alcuni esempi.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 15 aprile 2008

Se G é risolubile e H un sottogruppo di G , allora anche H é risolubile. Se G é risolubile allora lo é anche ogni suo quoziente. Se G é un gruppo e N un suo sottogruppo normale, allora G é risolubile se e solo se N e G/N sono risolubili. Definizione di gruppo semplice. Un gruppo é semplice e risolubile se e solo se é ciclico di ordine di p . Se un sottogruppo normale N di A_n contiene un 3-ciclo allora $N = A_n$.

Ore 2 (11-13)

Firma (Marta Morigi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 17 aprile 2008

Il teorema fondamentale della teoria di Galois e alcune sue conseguenze. Calcolo esplicito dei diagrammi dei sottocampi e dei sottogruppi nel caso dell'estensione $Q \subset Q(i, \sqrt[4]{2})$. Polinomi ciclotomici.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 22 aprile 2008

Se n é almeno 5, il gruppo alterno A_n é semplice. Se n almeno é 5, il gruppo simmetrico S_n non é risolubile. Estensioni radicali ed estensioni radicali pure. Le radici del polinomio $x^n - a$.

Ore 2 (11-13)

Firma (Marta Morigi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 24 aprile 2008

Proprietá dei polinomi ciclotomici e loro irriducibilitá. Gruppo di Galois di un'estensione ciclotomica. Campi finiti: caratteristica, ordine, gruppo moltiplicativo, omomorfismo di Frobenius. Gruppo di Galois dell'estensione $F_p \subset F_q$ con $q = p^n$.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 29 aprile 2008

Caratterizzazione delle estensioni radicali pure $F \subset K$ nell'ipotesi che il campo F contenga le radici primitive n -esime dell'unitá. Esempi.

Ore 2 (11-13)

Firma (Marta Morigi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 6 maggio 2008

Sottocampi di un campo finito e sottogruppi del gruppo di Galois di un campo finito F_{p^n} su F_p . Esempi. Costruzioni con riga e compasso. Punti costruibili a partire da un sottoinsieme finito del piano euclideo ed estensioni di campi. Impossibilitá di duplicare un cubo, di trisecare un qualunque angolo, di quadrare un cerchio.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 8 maggio 2008

Teorema di Galois sulla risolubilità per radicali di un polinomio.

Ore 2 (11-13)

Firma (Marta Morigi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 13 maggio 2008

Risultati preparatori al teorema di Gauss sulla caratterizzazione del numero dei lati dei poligoni regolari costruibili con riga e compasso. Teorema di Gauss. Esempi.

Ore 2 (11-13)

Firma (Mirella Manaresi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 15 maggio 2008

Il polinomio generale di grado n ha gruppo di Galois isomorfo a S_n . Condizione sufficiente affinché un polinomio irriducibile di grado primo p a coefficienti in Q abbia gruppo di Galois isomorfo a S_p . Discriminante di un polinomio di grado n e suo legame con il gruppo A_n . Formule di Cardano.

Ore 2 (11-13)

Firma (Marta Morigi)

Luogo (Aula) Aula Bombelli

Data 20 maggio 2008

Calcolo (a meno di coniugio) del gruppo di Galois di un polinomio irriducibile di grado 4 a coefficienti in un campo a caratteristica zero. Sottogruppi transitivi di S_5 . Equazioni polinomiali di grado 5 risolubili per radicali.

Ore 2 (11-13)

Firma (Marta Morigi)