Mod. 136/1

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Registro delle Lezioni

Anno Accademico *2016/2017*

Scuola di *Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali*

Corsi di Laurea o di Diploma **Laurea Magistrale in Matematica - Curriculum Didattico**

Insegnamento **Elementi di Geometria da un punto di vista superiore - II modulo**

Docente titolare del corso prof. Monica Idá

Altri docenti partecipanti (modulo) **Mirella Manaresi**

Data inizio Lezioni *2 maggio 2017*

Data fine Lezioni *23 maggio 2017*

Da consegnare al docente tramite la Presidenza della Facoltà di appartenenza entro il 31 ottobre e da riconsegnare improrogabilmente al Preside della medesima Facoltà entro 15 gg. dal termine delle lezioni.

Luogo (Aula) ***Aula Enriques***

Data ***2 maggio 2017***

Breve introduzione al modulo riguardante luoghi geometrici e curve algebriche. Curve definite mediante equazioni parametriche o equazioni cartesiane.
Primi esempi di luoghi geometrici: l'asse di un segmento, la bisettrice di un angolo, la parabola, l'ellisse, l'iperbole.
Equazioni cartesiane e costruzione con riga e compasso della parabola, dell'ellisse e dell'iperbole.
Cissoide di due curve date rispetto ad un punto fissato.
La cissoide di Diocle: definizione, equazione in coordinate polari ed equazione cartesiana. La cissoide di Diocle e il problema della duplicazione del cubo.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Enriques***

Data ***9 maggio 2017***

Concoidi. La concoide di Nicomede: equazione in coordinate polari ed equazione cartesiana. La concoide di Nicomede e il problema della trisezione dell'angolo. La concoide di Drer: definizione ed equazione cartesiana. Ovali di Cassini, lemniscata di Bernoulli.
Curve algebriche del piano affine, euclideo, proiettivo.

Ore 2 (14.00-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Enriques***

Data ***11 maggio 2017***

Completamento proiettivo di una curva affine rispetto ad una fissata immersione del piano affine nel piano proiettivo.
Punti impropri di una curva affine. Parte affini di una curva proiettiva.
Trasformata di una curva affine (euclidea) attraverso un'affinitá (un'isometria). Centro e assi di simmetria di una curva euclidea.
Riducibilitá e irriducibilitá di una curva affine o proiettiva. Componenti irriducibili di una curva.
Molteplicitá di intersezione di una retta e una curva in un punto. Punto semplice di una curva e tangente alla curva nel punto. Punti singolari di una curva.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Enriques***

Data ***16 maggio 2017***

Punti singolari di una curva e loro molteplicitá. Ricerca delle singolaritá e delle rette tangenti in un punto singolare. Punti singolari ordinari. Molteplicitá di intersezione tra la curva e le sue tangenti. Cuspidi ordinarie e non ordinarie. Esempi di singolaritá e riceca delle tangenti nel punto singolare.
Flessi di ordine k di una curva. Tutti i punti di una retta sono di flesso; una conica irriducibile non ha flessi, una cubica irriducibile ha solo flessi ordinari.

Ore 2 (11.00-13.00) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Enriques***

Data ***16 maggio 2017***

Famiglie di curve che dipendono da un parametro reale. Curva inviluppo di una famiglia di curve. Data una famiglia di curve piane di equazione $F(x, y, t) = 0$, che dipendono dal parametro t, il suo inviluppo é il luogo dei punti del piano che soddisfa il sistema di equazioni $F(x, y, t) = 0, \frac{\partial F}{\partial t}(x, y, t) = 0$.
La parabola come curva inviluppo di una famiglia di rette.

Ore 1 (14.00-15) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Enriques***

Data ***16 maggio 2017***

Presentazione del software Singular e suo utilizzo per passare dalla forma parametrica alla forma cartesiana di una curva, per la ricerca dei punti singolari della curva, per disegnare la curva. Esempi: la cissoide, la concoide di Drer e la concoide di Nicomede.

Ore 1 (15.00-16) ***Firma (Ruediger Achilles e Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Enriques***

Data ***18 maggio 2017***

Ellisse e iperbole come inviluppo di una famiglia di rette. L'inviluppo della famiglia di circonferenze di raggio due con centro sulla parabola $y = x^2$ é una curva di grado sei con sette punti singolari, di cui tre a coordinate reali (un nodo e due cuspide).
Due curve algebriche affini (o proiettive) di gradi m ed n rispettivamente, che non hanno infiniti punti in comune, hanno al piú mn punti in comune. Se il campo é algebricamente chiuso e le due curve sono proiettive, allora hanno almeno un punto in comune.

Ore 2 (11.00-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Enriques***

Data ***23 maggio 2017***

Cenno alla definizione di molteplicitá di intersezione di due curve in un punto. Teorema di Bezout: se il campo k é algebricamente chiuso, due curve proiettive di gradi m e n che non hanno infiniti punti in comune hanno esattamente mn punti in comune, se questi vengono contati con molteplicitá.
Se C e D sono due curve algebriche piane, affine o proiettive con D irriducibile, che hanno infiniti punti in comune, allora D é una componente irriducibile di C.
Se C e D sono due cure algebriche piane, affine o proiettive di gradi m e n che hanno $mn + 1$ punti in comune, allora hanno una componente irriducibile in comune. Una curva algebrica piana affine o proiettiva ha un numero finito di punti singolari. Limitazione sul numero di punti singolari di una curva algebrica piana irriducibile derivanti dal teorema di Bezout. Parametrizzazioni razionali di una cubica con un punto doppio e di una quartica con tre punti doppi.

Ore 2 (9.00-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Enriques***

Data ***23 maggio 2017***

Relazione di Eulero per polinomi omogenei. Curva hessiana di una curva data. I punti singolari di una curva C appartengono all'hessiana di C. I punti di flesso di una curva algebrica proiettiva sono i punti non singolari che la curva ha in comune con la sua hessiana. Cenni ai flessi di una cubica.
Cenni a problemi legati a possibili estensioni del teorema di Bezout: il caso di curve che hanno componenti in comune (intersezioni improprie), problemi enumerativi che utilizzano il teorema di Bezout o sue estensioni, il problema di stabilire il numero di equazioni che definiscono una curva dello spazio.

Ore 2 (14.00-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***