Università degli Studi di Bologna **A.A. 2012/2013**
C.d.L. in Matematica **Corso di GEOMETRIA I**
Esercizi di autoverifica **27. 03. 2013**

Esercizio 1.
Sia $A \in M_3(\mathbb{C})$ una matrice assegnata, con autovalori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Si stabilisca quante sono le matrici $X \in M_3(\mathbb{C})$ tali che $X^2 = A$ nel caso in cui

a) gli autovalori di A sono tutti distinti;

b) $\lambda_1 = \lambda_2$;

c) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$.

Esercizio 2.
Si determinino esplicitamente le matrici X di cui all'esercizio precedente nei seguenti casi:

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$;

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$;

c) $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$;

d) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$;

e) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Esercizio 3.
Sia $A \in M_6(\mathbb{R})$ una matrice diagonalizzabile con autovalori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Si stabilisca quante sono le matrici $X \in M_6(\mathbb{R})$ tali che $X^2 = A$.

Esercizio 4.
Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, si determini una matrice $P \in GL_6(\mathbb{R})$ tale che $P^{-1}AP$ sia in forma canonica di Jordan.