

I - Premesse

Concetti di funzione, funzione iniettiva, suriettiva, biettiva; composizione di funzioni, inversa di una funzione biettiva; permutazioni, segno di una permutazione.

II - Matrici e sistemi lineari

Matrici. Operazioni sulle matrici. Determinante. Matrici invertibili. Dipendenza lineare. Minori. Complementi algebrici. Teoremi di Laplace. Caratteristica di una matrice. Teorema di Kroneker. Riduzione di una matrice per righe e per colonne. Calcolo della caratteristica. Sistemi di equazioni lineari. Teorema di Cramer. Teorema di Rouchè-Capelli. Metodo di Gauss per la soluzione dei sistemi lineari.

III - Elementi di geometria analitica del piano e dello spazio

Vettori applicati nel piano e nello spazio. Somma di vettori. Prodotto di uno scalare per un vettore. Sistemi di riferimento nel piano e nello spazio. Componenti di un vettore del piano e dello spazio. Prodotto scalare ordinario. Prodotto vettoriale. Prodotto misto. Dipendenza e indipendenza lineare di vettori. Vettori liberi, operazioni sui vettori liberi.

Coordinate cartesiane sulla retta. Coordinate cartesiane nel piano. Cambiamenti di coordinate cartesiane nel piano. Coordinate polari. Rette e loro rappresentazioni. Angolo convesso di due rette, parallelismo, perpendicolarità di rette. Fasci di rette. Distanza di due punti, distanza di un punto da una retta, distanza di due rette parallele. Circonferenza. Intersezioni tra rette e circonferenze; retta tangente a una circonferenza, fasci di circonferenze.

Coordinate cartesiane dello spazio. Cambiamenti di coordinate cartesiane nello spazio. Rette e piani nello spazio: loro rappresentazione e loro posizione reciproca; incidenza, parallelismo, ortogonalità. Fasci di piani, angoli, distanze. Distanza di un punto da un piano, di un punto da una retta, di due piani paralleli, di due rette parallele e di due rette sghembe. Superficie sferiche e circonferenze.

IV – Spazi vettoriali

Spazi vettoriali, sottospazi. Sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3 . Intersezione, somma, somma diretta di sottospazi. Combinazione lineare di vettori, dipendenza e indipendenza lineare. Sottospazio vettoriale generato da un insieme finito di vettori. Sistemi di generatori, sistemi liberi. Basi di uno spazio vettoriale; teorema generale di esistenza di una base. Il metodo degli scarti successivi per la determinazione di una base di uno spazio vettoriale finitamente generato; completamento di un sistema libero a una base. Dimensione di uno spazio vettoriale finitamente generato. Formula di Grassmann. Spazi vettoriali di dimensione non finita.

Nota: Durante il corso sono stati distribuiti e svolti **6 fogli di esercizi** sugli argomenti del corso. Tali esercizi fanno parte integrante del programma.

Testi consigliati:

- [GV] **S.Greco - P.Valabrega:** Lezioni di Geometria. Volume I: algebra lineare. Volume II: geometria analitica. Ed. Levrotto e Bella, Torino 1999.
[Se] **E.Sernesi:** Geometria I. Bollati Boringhieri, Torino 1989.