ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Registro delle Lezioni

Anno Accademico *2014/2015*

Facoltà *Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali*

Corsi di Laurea o di Diploma *Triennale in Matematica (nuovo ordinamento)*

Insegnamento **Geometria I I**

Docente titolare del corso **Mirella Manaresi**

Altri docenti partecipanti (modulo)

Data inizio Lezioni *22 settembre 2014*

Data fine Lezioni *16 dicembre 2014*

Da consegnare al docente tramite la Presidenza della Facoltà di appartenenza entro il 31 ottobre e da riconsegnare improrogabilmente al Preside della medesima Facoltà entro 15 gg. dal termine delle lezioni.

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***22 settembre 2014***

Obiettivi del corso, modalita' d'esame, ricevimento studenti, informazioni varie. Introduzione al corso. Applicazioni bilineari su un K-spazio vettoriale V. Un'applicazione bilineare $V \times V \to K$ é determinata dai valori assunti sulle coppie di elementi di una base di V. Matrice $n \times n$ (dove $n = dim_K V$) associata, rispetto ad una base di V, ad un'applicazione bilineare su V. Esempi. Corrispondenza biunivoca tra forme bilineari su V (con $dim_K V = n$) e matrici di $K^{n,n}$, fissata una base di V. Struttura di K-spazio vettoriale sull'insieme $Bil(V)$ delle applicazioni bilineari su V. Isomorfismo di K-spazi vettoriali tra $Bil(V)$ e $M^{n,n}(K)$, una volta fissata una base di V. Matrice associata ad una stessa applicazione bilineare rispetto a basi diverse.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***23 settembre 2013***

Matrici congruenti e loro proprietá. Le matrici associate ad una stessa forma bilineare rispetto a basi diverse sono congruenti. Rango di una forma bilineare. Esempi: calcolo delle matrici associate ad una stessa forma bilineare rispetto a basi diverse e della matrice di passaggio. Isomorfismo tra lo spazio vettoriale delle forme bilineari su V e lo spazio vettoriale delle applicazioni lineari da V al suo duale $V*$. Forme bilieari simmetriche e antisimmetriche e matrici associate. Ogni forma bilineare si puo' scrivere come somma di una forma bilineare simmetrica e una antisimmetrica. Esempi. Forme bilineari degeneri e non degeneri. Radicale di una forma bilineare degenere.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***6 ottobre 2014***

Ortogonalitá rispetto a una forma bilineare simmetrica. Forme bilineari degeneri e non degeneri. Radicale di uno spazio vettoriale su cui é definita una forma bilineare simmetrica. Vettori isotropi. Per ogni vettore non isotropo $v \in V$, lo spazio vettoriale V si puo' scrivere come somma diretta di $< v >$ e del suo ortogonale. Basi diagonalizzanti per una forma bilineare simmetrica. Teorema di esistenza di una base diagonalizzante per una forma bilineare simmetrica. Ogni matrice $A \in K^{n,n}$ simmetrica é congruente ad una matrice diagonale. Esempi ed esercizi. Forma canonica per forme bilineari simmetriche su un K-spazio vettoriale di dimensione finita, con K campo algebricamente chiuso.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***7 ottobre 2014***

Forma canonica per forme bilineari simmetriche su un R-spazio vettoriale di dimensione finita. Segnatura di una forma bilineare simmerica reale. Segno di una forma quadratica reale. Esempi. Forma quadratica su un K-spazio vettoriale associata a una forma bilineare simmetrica. Forma bilineare polare di una forma quadratica. Matrice associata alla forma quadratica rispetto ad una fissata base di V. Segno di una forma quadratica reale. Esempi. Data una forma quadratica $q(x)$ su R^n, associata canonicamente ad una matrice simmetrica A, é possibile determinare una matrice ortogonale speciale $P \in SO(n)$ tale che operando la trasformazione $x = Py$, nell'espressione della forma non compaiano piú i termini rettangolari, ma solo quadrati i cui coefficienti sono gli autovalori di A.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***10 ottobre 2014***

Esercizi su forme bilineari e forme quadratiche.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***13 ottobre 2014***

Traslazioni di uno spazio vettoriale e loro proprietá. Sottovarietá lineari di uno spazio vettoriale. Giacitura di una sottovarietá lineare. Se due sottovarietá lineari sono incidenti la loro intersezione é una sottovarietá lineare di giacitura l'intersezione delle giaciture. Sottovarieá lineari parallele, sottovarietá supplementari. Applicazioni affini tra due spazi vettoriali e loro proprietá. Affinitá di uno spazio vettoriale e loro proprietá. Date due sottovarietá lineari di uno spazio vettoriale V della stessa dimensione esiste sempre un'affinitá di V che muta l'una nell'altra.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***14 ottobre 2014***

Le affinitá conservano il parallelismo e l'incidenza. Esempi ed esercizi. Punti fissi di un'affinitá e sottospazi mutati in sé da un'affinitá. Esempi ed esercizi su sottospazi affini e affinita.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***15 ottobre 2014***

Richiami sui prodotti scalari negli spazi vettoriali reali (norma indotta da un prodotto scalare, esistenza di una base ortonormale, componenti di un vettore rispetto a una base ortonormale, ecc). Identificazione di uno spazio euclideo di dimensione n in cui é stata fissata una base ortonormale con R^n munito del prodotto scalare euclideo. Automorfismi ortogonali di R^n. Isometrie affini. Ogni applicazione di uno spazio euclideo in sé che conserva le distanze é un'isometria affine. Le isometrie formano un sottogruppo del gruppo delle affinitá. Esercizi sulle affinitá e le isometrie.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***17 ottobre 2014***

Trasformazioni ortogonali di R^2. Isometrie del piano euclideo. Trasformazioni ortogonali di R^3. Isometrie dello spazio euclideo.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***20 ottobre 2014***

Coniche di K^2 e loro matrici associate, rango di una conica. Coniche degeneri e non degeneri, coniche a centro e parabole. Riduzione a forma canonica affine delle coniche. Esempi ed esercizi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***21 ottobre 2014***

Le coniche del piano euclideo e la loro riduzione a forma canonica. Centro e assi di una conica a centro, asintoti di un'iperbole, asse e vertice di una parabola. Esempi e esercizi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***27 ottobre 2014***

Quadriche di R^3 e loro matrici associate, rango di una quadrica. Quadriche degeneri e non degeneri, quadriche a centro e paraboloidi. Forma canonica euclidea di una quadrica. Ellissoidi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***28 ottobre 2014***

Studio di iperboloidi, paraboloidi, coni cilindri, coppie di piani, piani doppi. Quadriche di rotazione.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***29 ottobre 2014***

Esercizi sulle quadriche e loro visualizzazione con Surfer.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***31 ottobre 2014***

Quadriche a punti ellittici, parabolici, iperbolici, quadriche doppiamewnte rigate. Classificazione affine delle quadriche reali e complesse. Esempi ed esercizi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***3 novembre 2014***

Introduzione alla seconda parte del corso: continuitá di funzioni da R *a* R*,* R^n *a* R^n *da o piú in generale tra due spazi metrici, proprietá della famiglia degli aperti definiti attraverso la metrica, caratterizzazione della continuitá attraverso gli aperti definiti mediante la metrica. Interno, chiusura e frontiera di un sottoinsieme di* R^n*. Metriche su* R^n *(o piú in generale su un insieme* X*) che inducono la stessa famiglia di aperti.*

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***4 novembre 2014***

Topologia su un insieme. Esempi di topologie. Spazi topologici. La famiglia dei chiusi in una topologia, propietá. Intorni: proprietá della famiglia di tutti gli intorni di un punto in una topologia. Sistemi fondamentali di intorni. Primo assioma di numerabilitá. Ogni spazio metrico soddisfa il primo assioma di numerabilitá. Funzioni continue tra due spazi topologici. Composizione di funzioni continue. Confronto di topologie su un insieme.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***7 novembre 2014***

Esempi ed esercizi su funzioni continue, omeomorfismi, funzioni aperte e chiuse.
Punti aderenti a un sottoinsieme di uno spazio topologico. Chiusura di un sottoinsieme di uno spazio topologico e sue proprietá. Sottoinsiemi densi in uno spazio topologico.
Punti interni a un sottoinsieme di uno spazio topologico. Interno di un sottoinsieme di uno spazio topologico e sue proprietá. Esempi.
Punti di accumulazione per un sottoinsieme di uno spazio topologico. Frontiera di un sottoinsieme S *di uno spazio topologico* X.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***10 novembre 2014***

Esercizi su interno chiusura, frontiera, derivato e su funzioni continue. Convergenza di successioni di punti di uno spazio topologico e punti aderenti ad un sottospazio; il caso degli spazi che verificano il primo assioma di numerabilitá. Basi di aperti e loro proprietá, esempi.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***11 novembre 2014***

Topologia assegnata attraverso una base di aperti. Caratterizzazione delle funzioni continue mediante le basi di aperti. Secondo assioma di numerabilitá. Esempi. Se uno spazio topologico soddisfa il secondo assioma di numerabilitá soddisfa anche il primo, ma non vale il viceversa. (Esercizio: R *con la topologia cofinita non verifica i due assiomi di numerabilitá.)*
Topologia immagine inversa e sue proprietá. Basi per la topologia immagine inversa. Topologia indotta da uno spazio topologico su un suo sottoinsieme: caratterizzazione degli aperti, dei chiusi, degli intorni. Esempi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***14 novembre 2014***

Restrizione di applicazioni continue. Esempi ed esercizi sulla topologia indotta e le sue proprietá.
Topologia immagine diretta e sue proprietá. Topologia quoziente. Esempi di spazi quoziente. Proprietá della topologia quoziente.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***17 novembre 2014***

Azione di un gruppo su uno spazio topologico. Spazi di orbite. Esempi.
Passaggio al quoziente di applicazioni continue.
Spazi di Hausdorff: Esempi. Ogni spazio metrico é di Hausdorff. Sottospazi di uno spazio di Hausdorff. Unicitá del limite di una successione di punti di uno spazio di Hausdorff. Il quoziente di uno spazio di Hausdorff non é necessariamente di Hausdorff.
Correzione di esercizi delle lezioni precedenti.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***18 novembre 2014***

Correzione di esercizi delle lezioni precedenti.
Quasi-compattezza e compattezza: definizioni, caratterizzazioni, esempi. Teorema di Bolzano-Weierstass. Un sottospazio chiuso di uno spazio quasi-compatto é quasi-compatto. Un quasi-compatto di uno spazio di Hausdorff é chiuso.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***21 novembre 2014***

L'immagine continua di un quasi-compatto é quasi-compatto. Un'applicazione continua da uno spazio quasi-compatto a uno spazio di Hausdorff é chiusa, una biezione continua da uno spazio quasi-compatto a uno spazio di Hausdorff é un omeomorfismo. Esempi di applicazione di questi risultati.
Spazi topologici localmente compatti. Q con la topologia indotta dalla topologia euclidea di R non é localmente compatto. In uno spazio localmente compatto ogni punto ha un sistema fondamentale di intorni compatti.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***24 novembre 2014***

Compattificazione di Alexandroff di uno spazio localmente compatto e sue proprietá.
Proiezione stereografica della sfera S^n meno un punto su R^n.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***25 novembre 2014***

La sfera S^n come compattificazione di Alexandroff di R^n. Correzione di esercizi su topologia indotta, quozienti, compattezza. compattificazione di Alexandroff di un iperboloide ellittico.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***27 novembre 2014***

Spazi topologici connessi: definizione e caratterizzazioni. L'immagine continua di un connesso é connessa. Il quoziente di uno spazio connesso é connesso. Se uno spazio topologico ha un sottoinsieme denso connesso, allora é connesso. L'unione di connessi aventi intersezione non vuota é connessa.

Ore 2 (11-13) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***28 novembre 2014***

Componenti connesse di uno spazio topologico e loro proprietá. Un omeomorfismo tra spazi topologici induce una corrispondenza biunivoca tra le componenti connesse. Esempi ed esercizi sulla connessione. Spazi topologici localmente connessi. Le componenti connesse di uno spazio topologico localmente connesso sono sottoinsiemi aperti.
Cammini in uno spazio topologico. Spazi topologici connessi per archi. Ogni spazio topologico connesso per archi é connesso.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***2 dicembre 2014***

Esercizi su basi di una topologia, frontiera, derivato,interno, chiusura. Un insieme X connesso se e solo se tutte le funzioni continue da X a uno spazio discreto sono costanti. Spazi discreti e totalmente disconnessi, differenza tra la topologia indotta su Q e su Z dalla topologia euclidea. Esempio di spazio topologico connesso, ma non localmente connesso e non connesso per archi.
Esercizi su spazi di matrici ($GL(2, R)$, matrici simmetriche, definitie positive).
Cenno ai modelli dello spazio proiettivo.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Marco Trozzo)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***5 dicembre 2014***

Cammino prodotto di due cammini, cammino inverso di un cammino dato. Un aperto di R^n é connesso se e solo se é connesso per archi. L'immagine continua di uno spazio connesso per archi e' connesso per archi. Componenti connesse per archi di uno spazio topologico.
Classificazioe topologica delle coniche di R^2 e delle quadriche di R^3,

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***9 dicembre 2014***

Esercizi topologia delle quadriche, connessione, compattezza.
Rilevazione didattica.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***15 dicembre 2014***

Il toro $n-$dimensionale T^n. Modello topologico del toro T^2 in R^3.
Cenni sulla topologia prodotto sul prodotto cartesiano di due spazi topologici. Il toro bidimensionale come prodotto $S^1 \times S^1$.

Ore 2 (13-15) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Tonelli***

Data ***16 dicembre 2014***

Esercizi su spazi di orbite, connessione, compattezza, spazi di Hausdorff.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***