ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Anno Accademico *20010/2011*

Facoltà *Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali*

Corsi di Laurea o di Diploma **Laurea Magistrale in Matematica**

Insegnamento **Metodi geometrici per le applicazioni (annuale)**

Docente titolare del corso prof. Mirella Manaresi

Altri docenti partecipanti (modulo) **prof. Monica Idá** *(I semestre)*, **prof. Massimo Ferri** *(II semestre)*

Data inizio Lezioni *5 ottobre 2010*

Data fine Lezioni *17 maggio 2011*

Da consegnare al docente tramite la Presidenza della Facoltà di appartenenza entro il 31 ottobre e da riconsegnare improrogabilmente al Preside della medesima Facoltà entro 15 gg. dal termine delle lezioni.

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***5 ottobre 2010***

Richiami su spazi proiettivi: definizione, coordinate omogenee e sistemi di riferimento, carte affini, sottospazi proiettivi. Richiami su polinomi omogenei, zeri di un polinomio omogeneo in uno spazio proiettivo. Definizione di conica, rispettivamente di quadrica, in un piano, rispettivamente in uno spazio, tridimensionale euclideo, affine e proiettivo.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Monica Idá)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***6 ottobre 2010***

Richiami su varieta' topologiche e varietá topologiche con bordo e sulle loro proprietá elementari. Il bordo di una varietá con bordo di dimensione n é una varietá senza bordo di dimensione $n-1$, il bordo di una varietá compatta é compatto; le componenti connesse del bordo di una varietá compatta sono in numero finito. La sfera S^2 come quoziente dell'unione di due dischi disgiunti modulo l'identificazione dei bordi.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***7 ottobre 2010***

Il toro bidimensionale come superficie di rotazione, come quoziente di un quadrato e come quoziente di R^2 modulo l'azione del gruppo $Z \times Z$. Il toro n-dimensionale é omeomorfo al prodotto di n circonferenze.
Modelli topologici del piano proiettivo, del nastro di Moebius e della bottiglia di Klein.
La striscia di Moebius con bordo.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***12 ottobre 2010***

Studio delle coniche euclidee in forma canonica: equazioni dell'ellisse a punti reali, dell'ellisse immaginaria, dell'iperbole e della parabola non degeneri. Ellisse non degenere a punti reali in forma canonica: assi e centro di simmetria, intersezioni con le rette, vertici e fuochi, grafico, l'ellisse come luogo di punti, rappresentazione parametrica razionale dell'ellisse e in particolare della circonferenza unitaria.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Monica Idá)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***13 ottobre 2010***

Ogni varietá topologica connessa compatta di dimensione 1 é omeomorfa a S^1.
Superficie con bordo ottenuta bucando k volte una superficie senza bordo. Superficie senza bordo ottenuta da una superficie con bordo S saldando un disco chiuso ad ogni componente connessa del bordo.
Due superficie compatte connesse S_1, S_2 con lo stesso numero di componenti connesse di bordo sono omeomorfe se e solo se sono omeomorfe le superficie senza bordo $\tilde{S}_1, \tilde{S}_2$ ottenute da S_1, S_2 saldando un disco chiuso ad ogni componente connessa del bordo.
Triangolazioni di una superficie compatta: proprietá ed esempi (triangolazioni di sfera, toro, piano proiettivo, bottiglia di Klein, nastro di Moebius con bordo).

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***14 ottobre 2010***

Triangoli orientati concordemente, triangolazioni orientabili. Superficie orientabili e non orientabili. Somma connessa di superficie: proprietá ed esempi (somma connessa di due tori, di due piani proiettivi, di tre piani proiettivi).

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***19 ottobre 2010***

Iperbole non degenere in forma canonica: assi e centro di simmetria, intersezioni con le rette, vertici e fuochi, asintoti, grafico, l'iperbole come luogo di punti, rappresentazione parametrica razionale dell'iperbole. Parabola non degenere in forma canonica: asse di simmetria, intersezioni con le rette, vertice, fuoco, direttrice, grafico, la parabola come luogo di punti, rappresentazione parametrica razionale della parabola. Coniche degeneri euclidee in forma canonica: coppia di rette parallele a punti reali, coppia di rette parallele immaginarie coniugate, coppia di rette incidenti a punti reali, coppia di rette immaginarie coniugate incidenti in un punto reale, retta doppia.

Ore 2 (9-16) ***Firma (Monica Idá)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***20 ottobre 2010***

Caratteristica di Eulero di una superficie topologica compatta, con o senza bordo.
Invarianza topologica della caratteristica di Eulero e calcolo di tale invariante per la sfera, il nostro di Moebius, il piano proiettivo, la bottiglia di Klein, il toro, la somma connessa di tori e la somma connessa di piani proiettivi.
Lemmi preparatori al teorema di classificazione delle superficie topologiche compatte. Ogni superficie topologica compatta connessa senza bordo é omeomorfa allo spazio quoziente ottenuto da un poligono identificando opportunamente a coppie i suoi lati.

Ore 2 (14-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***21 ottobre 2010***

Riduzione del poligono che rappresenta la superficie a forma canonica. Ogni superficie compatta connessa orientabile senza bordo é omeomorfa a una sfera o a una somma connessa di tori. Ogni superficie compatta connessa non orientabile senza bordo é omeomorfa a una somma connessa di piani proiettivi. Condizione necessaria e sufficiente affinché due superficie topologiche compatte, connesse senza bordo siano omeomorfe é che siano entrambe orientabili o non orientabili e abbiano la stessa caratteristica di Eulero. Due superficie topologiche compatte, connesse e con bordo sono omeomorfe se e solo se sono entrambe orientabili o non orientabili, hanno la stessa caratteristica di Eulero e hanno lo stesso numero di componenti connesse di bordo. Modelli topologici di superficie compatte, connesse con bordo ottenute attaccando manici a un disco chiuso.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***26 ottobre 2010***

Ancora sui punti propri e impropri di R^2 e le carte affini di $P^2(R)$; il completamento proiettivo di una retta e di una conica tramite l'omogeneizzazione del polinomio che le definisce. Matrice e matrice dei termini di secondo grado associate ad una conica del piano. I punti impropri di una ellisse non degenere in forma canonica sono punti a coordinate non reali. I punti impropri di una qualsiasi circonferenza del piano sono i punti ciclici. I punti impropri di una iperbole non degenere in forma canonica sono due punti reali distinti. Gli asintoti dell'iperbole sono tangenti all'iperbole nei suoi punti impropri. Il completamento proiettivo di una iperbole non degenere una curva compatta e connessa.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Monica Idá)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***27 ottobre 2010***

Esercizi: sulla somma connessa di superficie, superficie assegnate assegnando i triangoli di una triangolazione.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***28 ottobre 2010***

Omotopia di cammini con estremi fissi. Spazi omotopicamente equivalenti. Spazi contraibili. Prodotto di cammini. Cappi. Gruppo fondamentale di uno spazio topologico relativo ad un punto. Se lo spazio topologico é connesso per archi i gruppi fondamentali relativi a punti diversi sono tra loro isomorfi. Un'applicazione continua tra spazi topologici induce un omomorfismo di gruppi tra i gruppi fondamentali relativi a punti corrispondenti.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***2 novembre 2010***

La retta impropria tangente alla parabola nel suo punto improprio. Rette secanti, esterne e tangenti ad una conica reale non degenere; risolvente nel caso proiettivo, ricerca degli zeri di un polinomio omogeneo di secondo grado in due variabili.
Come portare una conica euclidea in forma canonica con determinazione esplicita dell'isometria utilizzata: richiami sulla diagonalizzazione di una matrice, diagonalizzazione di una matrice simmetrica reale di ordine 2 ed esistenza di una base ortonormale di autovettori. Come eliminare il termine in xy nell'equazione di una conica qualsiasi mediante una isometria del piano.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Monica Idá)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***3 novembre 2010***

Se tra i due spazi topologici vi é un'equivalenza omotopica (in particolare se i due spazi sono omeomorfi) i gruppi fondamentali sono isomorfi. Il gruppo fondamentale di uno spazio contraibile é banale. Il gruppo fondamentale di S^1 é isomorfo a Z. S^n é semplicemente connesso per $n \geq 2$. Gruppo fondamentale di un prodotto. Esempi.
Definizione di rivestimento topologico. Esempi.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***4 novembre 2010***

Un rivestimento topologico é un omeomorfismo locale. Esempi di omeomorfismi locali che non sono rivestimenti. Se $\pi : \tilde{X} \to X$ é un omeomorfismo locale, $\tilde{X}$ é compatto, X é connesso e di Hausdorff, allora π é un rivestimento.
Azione di un gruppo G su uno spazio topologico, G-spazi. Spazi delle orbite. Se X é un G-spazio e X/G ha la topologia quoziente, allora la proiezione canonica $X \to X/G$ é aperta. Azioni libere e azioni propriamente discontinue. Se l'azione di G su X é libera e X é di Hausdorff, allora l'azione é propriamente discontinua. Se l'azione di G su X é propriamente discontinua, allora $\pi : X \to X/G$ é un rivestimento.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***9 novembre 2010***

Come ridurre una conica senza il termine in xy in forma canonica mediante una traslazione (metodo di completamento dei quadrati). Essere degenere una propriet invariante per isometrie. Classificazione affine delle coniche reali mediante calcolo del determinante della matrice associata e degli autovalori della matrice dei termini di secondo grado.
Classificazione topologica delle coniche euclidee.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Monica Idá)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***10 novembre 2010***

Se $p : \tilde{X} \to X$ é un rivestimento, allora p é un'applicazione aperta e X ha la topologia quoziente della topologia di $\tilde{X}$. Sollevamenti. Se $p : \tilde{X} \to X$ é un rivestimento, $f : Y \to X$ é un'applicazione continua e Y e' connesso, allora il sollevamento di f é essenzialmente unico, Se $p : \tilde{X} \to X$ é un rivestimento, $g : \tilde{X} \to \tilde{X}$ un'applicazione continua tale che $pg = p$ che ha un punto fisso, allora g é l'identitá. Teorema di sollevamento dei cammini e dell'omotopia. Teorema di monodromia.
Esercizi sui rivestimenti.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***11 novembre 2010***

Se $\pi : \tilde{X} \to X$ é un rivestimento e X é connesso, allora la cardinalitá di $p^{-1}(x)$ é indipendente da $x \in X$. Se $\pi : \tilde{X} \to X$ é un rivestimento e $\tilde{X}$ ' connesso, allora per ogni $x_0 \in X$ c'é corrispondenza biunivoca tra il gruppo fondamentale $\pi(X, x_0)$ e $p^{-1}(x_0)$. Se $\pi : \tilde{X} \to X$ é un rivestimento, l'omomorfismo indotto $\pi_* : \pi(\tilde{X}, \tilde{x}_0) \to \pi(X, x_0)$ é iniettivo. Se $\tilde{X}$ é connesso per archi, allora $\pi(\tilde{X}, \tilde{x}_i)$, con $\tilde{x}_i \in p^{-1}(x_0)$ sono sottogruppi di $\pi(X, x_0)$ tra loro coniugati.
Se X é uno spazio di orbite di $\tilde{X}$ rispetto ad un gruppo G che agisce in modo propriamente discontinuo, allora si puo' definire un omomorfismo di gruppi suriettivo $\phi : \pi(\tilde{X}/G, x_0) \to G$ il cui nucleo é il sottogruppo $p_*\pi(\tilde{X}/G, \tilde{x}_0)$ con $\tilde{x}_0 \in p^{-1}(x_0)$. Se $\tilde{X}$ é semplicemente connesso, allora $\pi(\tilde{X}/G, x_0)$ é isomorfo a G. Gruppo fondamentale del piano proiettivo e del nastro di Moebius.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***17 novembre 2010***

Riduzione di una quadrica di R^3 alla forma $\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2 = \delta$ o alla forma $\alpha x^2 + \beta y^2 = 2\delta z$ con determinazione esplicita dell'isometria utilizzata. Studio dell'ellissoide, dell'ellissoide immaginario e dell'iperboloide ad una falda. Piani, assi, punti di simmetria, intersezioni con piani paralleli a piani coordinati; studio del caso in cui la superficie é di rotazione.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***18 novembre 2010***

Schiere di rette su un iperboloide iperbolico. Iperboloidi ellittici: elementi di simmetria, intersezioni con i piani; iperboloidi ellittici di rotazione. Paraboloidi ellittici: elementi di simmetria, intersezioni con i piani; paraboloidi ellittici di rotazione. Paraboloidi iperbolici: intersezioni con i piani, schiere di rette. Coni quadrici e cilindri quadrici.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***24 novembre 2010***

Quadriche spezzate in una coppia di piani incidenti o paralleli; piani doppi.
Classificazione affine delle quadriche di R^3. Classificazione topologica delle quadriche di R^3.
Ipersuperficie quadriche di $P^n(K)$ con K il campo reale o il campo complesso. Invarianti proiettivi di una quadrica. Due quadriche di $P^n(C)$ sono proiettivamente equivalenti se e solo se hanno lo stesso rango; due quadriche di $P^n(R)$ sono proiettivamente equivalenti se e solo se hanno lo stesso rango e la stessa segnatura.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***25 novembre 2010***

Studio dei completamenti proiettivi delle quadriche di R^3. Classificazione topologica delle quadriche di R^3 e di P^3. Esercizi sulle quadriche.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***1 dicembre 2010***

Superficie rigate: definizione ed esempi. Linea di restringimento di una rigata non cilindrica e sue proprietá: gli eventuali punti singolari della rigata stanno sulla curva di restringimento. Calcolo dei coefficienti della seconda forma fondamentale della superficie rigata.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***2 dicembre 2010***

Parametro di distrubuzione e suo significato geometrico. Curvatura gaussiana di una rigata. Rigate sviluppabili e loro caratterizzazione. Curvatura di una rigata sviluppabile. Esempi.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***9 dicembre 2010***

Motivazioni allo studio delle geodetiche partendo dalle proprietá delle rette del piano euclideo. Derivata covariante in un punto e secondo un vettore dato di un campo di vettori definito su un aperto di una superficie. Espressione della derivata covariante in coordinate locali. Derivata covariante di un campo di vettori definito lungo una curva. Campi di vettori paralleli. Esempi. Il prodotto scalare di due campi di vettori paralleli é costante. Esistenza e unicitá del campo di vettori parallelo lungo una curva di cui é assegnato il valore in un punto. Trasporto parallelo.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***15 dicembre 2010***

Proprietá del trasporto parallelo. Curve regolari a tratti. Trasporto parallelo su curve regolari a tratti. Definizione di geodetica. La proprietá di essere geodetica dipende sia dal supporto sia dalla parametrizzazione della curva. Se per una curva regolare esiste una parametrizzazione rispetto a cui la curva e' geodetica, allora é una geodetica se parametrizzata secondo la lunghezza d'arco. Geodetiche sulla sfera e su un cilindro circolare retto. Calcolo dei simboli di Cristoffel e delle equazioni differenziali delle geodetiche per una superficie di rotazione. I meridiani sono geodetiche, i paralleli sono geodetiche se e solo se sono descritti dalla rotazione di un punto in cui la tangente al meridiano é parallela all'asse di rotazione.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Arzelá***

Data ***16 dicembre 2010***

Relazione di Clairaut. Geodetiche sul toro. Curvatura geodetica di una curva regolare orientata su una superficie orientata. Legame tra curvatura geodetica e curvatura di una curva regolare orientata.
Espressione del valore algebrico della derivata covariante di un campo di vettori in coordinate locali (solo enunciati).

Ore 2(14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***23 febbraio 2011***

Determinazione dell'angolo tra due campi di vettori unitari lungo una curva. La curvatura geodetica come variazione dell'angolo tra il versore tangente alla curva regolare e una direzione parallela lungo la curva. Espressione del valore algebrico della derivata covariante di un campo di vettori in coordinate locali.
Dimostrazione dell'esistenza e unicitá del trasporto parallelo lungo una curva. Formula di Liouville per la curvatura geodetica.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***23 febbraio 2011***

Angoli esterni ai vertici di una curva semplice, chiusa, regolare a tratti. Teorema delle tangenti.
Regioni semplici su una superficie e orientamento positivo del bordo. Integrale di una funzione differenziabile su una regione semplice. Teorema di Gauss Bonnet locale.
Regione regolare su una superficie. Ogni regione regolare su una superficie orientata ammette una triangolazione orientata tale che ogni triangolo é contenuto in un intorno coordinato di una famiglia di intorni coordinati che ricoprono S e sono compatibili con l'orientazione di S. La caratteristica di Eulero della regione non dipende dalla scelta della triangolazione.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***24 febbraio 2011***

Teorema di Gauss -Bonnet globale e alcuni suoi corollari. L'integrale della curvatura gaussiana di una superficie compatta orientabile é $2\pi\chi(S)$ dove $\chi(S)$ é la caratteristica di Eulero di S. Una superficie compatta di curvatura positiva é omeomorfa a una sfera.
Geodetiche su una superficie orientabile di curvatura gaussiana $K \leq 0$. Se S é una superficie omeomorfa a un cilindro con curvatura gaussiana $K < 0$, allora S ha al piú una geodetica semplice chiusa.
Se su una superficie compatta e connessa di curvatura gaussiana positiva esistono due geodetiche semplici chiuse, allora queste si intersecano.
Utilizzo del teorema di Gauss-Bonnet per il calcolo dell'area della superficie sferica. Area di poligoni geodetici su superficie a curvatura costante.
Esercizio assegnato: calcolo dell'area di un poligono su una superficie sferica attraverso il teorema di Gauss-Bonnet.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***2 marzo 2011***

Svolgimento dell'esercizio assegnato la lezione precedente.
Area di poligoni geodetici su superficie a curvatura costante. Somma degli angoli di un triangolo geodetico. Eccesso di un triangolo geodetico e V postulato di Euclide.
Trattrice e pseudosfera.
Indice di un campo di vettori su una supeficie. Calcolo dell'indice di alcuni campi di vettori.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***2 marzo 2011***

Indipendenza dell'indice dalla scelta della curva e del sistema di coordinate attraverso cui lo si calcola. Teorema dell'indice di Poincaré e alcuni suoi corollari.
La mappa esponenziale per una superficie regolare.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***3 marzo 2011***

Richiami su curve integrali di campi di vettori. Calcolo di curve integrali di campi di vettori su R^n. Teoremi di esistenza per curve integrali di campi di vettori su R^n. Esistenza e unicitá della geodetica per un punto e con assegnato vettore tangente.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***9 marzo 2011***

Per ogni punto P di una superficie regolare esiste un numero reale positivo ϵ tale che la mappa esponenziale exp_P é definita e differenziabile su un disco aperto di centro l'origine e raggio ϵ di T_PS ed e' un diffeomorfismo tra un intorno U dell'origine di T_PS e un intorno V di $P \in S$. Intorni normali. Coordinate normali e coordinate geodetiche polari. Prima forma fondamentale in coordinate normali. Espressione dei coefficienti della prima forma fondamentale di una superficie in coordinate geodetiche polari. Calcolo di tali coefficienti nel caso di superficie a curvatura costante nulla o positiva.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***10 marzo 2011***

Calcolo dei coefficienti della prima forma fondamentale in un sistema di coordinate geodetiche polari nel caso di superficie a curvatura costante negatva. Geodetiche uscenti da un punto su una superficie a curvatura negativa o positiva, ma non costante. Teorema di Minding (due superfici regolari con la stessa curvatura gaussiana costante sono localmente isometriche).
Proprietá di minimo locale per le geodetiche. Geodetiche minimali. Esistenza di intorni convessi (senza dimostrazione).

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***10 marzo 2011***

Una superficie regolare compatta $\subset R^3$ ha almeno un punto ellittico. Punti ombelicali di una superficie regolare di R^3. Se tutti i punti di una superficie connessa S sono ombelicali, allora S é contenuta in un piano o in una sfera.
Teorema di Liebmann: ogni superficie $S \subset R^3$ regolare, connessa e compatta, con curvatura Gaussiana costante K é una sfera. L'ipotesi della compattezza é essenziale.
Un ovaloide con curvatura media costante é una sfera. Rigiditá della sfera.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***16 marzo 2011***

Superficie complete e superficie non estendibili. Esempi. Una superficie completa é non estendibile, mentre esistono superficie non estendibili che non sono complete. Distanza intrinseca su una superficie regolare. Ogni superficie chiusa di R^3 é completa.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***23 marzo 2011***

Teorema di Hopf-Rinow: dati due punti su una superficie completa esiste sempre una geodetica minimale che li congiunge. Per ogni punto P di una superficie completa, la mappa esponenziale $exp_P : T_P(S) \to S$ é suriettiva. Se S é una superficcie completa e limitata nella metrica intrinseca d, allora S é compatta. Teorema di Bonnet (senza dimostrazione).
Se $\pi : \tilde{X} \to X$ é un omeomorfismo locale con la proprietá di sollevamento dei cammini, $\tilde{X}$ é connesso per archi, X é semplicemente connesso, allora π é un omeomorfismo. Se $\pi : \tilde{X} \to X$ é un omeomorfismo locale con la proprietá di sollevamento dei cammini, $\tilde{X}$ é connesso per archi, X é localmente semplicemente connesso, allora π é un rivestimento.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***23 marzo 2011***

Se S é una superficie regolare completa con curvatura gaussiana non positiva allora per ogni punto $P \in S$ il differenziale della mappa esponenziale aumenta la lunghezza dei vettori; se la curvatura gaussiana é identicamente nulla la mappa esponenziale é un'isometria locale. Se S é una superficie regolare completa con curvatura gaussiana non positiva allora per ogni punto $P \in S$ la mappa esponenziale $exp_P : T_P S \to S$ é un rivestimento.
Se S é una superficie semplicemente connessa completa con curvatura gaussiana $K \leq 0$ la mappa esponenziale é un diffeomorfismo; in particolare S é diffeomorfa ad un piano. Se S é un ovaloide, allora la mappa di Gauss é un diffeomorfismo, in particolare S é diffeomorfa ad una sfera. Superficie con curvatura Gaussiana nulla: l'unica linea asintotica passante per un punto ombelicale é un segmento di retta; se la superficie é completa la curva asintotica massimale passante per un punto ombelicale non interseca l'insieme dei punti planari.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***24 marzo 2011***

Una superficie completa con curvatura gaussiana nulla é un cilindro o un piano.
Richiami su superficie differenziabili astatte, applicazioni differenziabili, spazi tangenti. Superficie geometriche (o riemanniane) astratte: definizione e proprietá. Il piano iperbolico e il semipiano di Poincaré.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***30 marzo 2011***

Geodetiche del semipiano di Poincare'. Il semipiano di Poincaré é una superficie completa. Isometrie del semipiano in sé che mutano una semicirconferenza con centro sul bordo in una retta verticale.
Immersioni (immersions) e immersioni regolari (embeddings) di superficie astratte. Immersioni isometriche.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***30 marzo 2011***

Il toro piatto é diffeomorfo al toro di rotazione di R^3, ma é immergibile isometricamente solo in R^4 ma non in R^3. Immersione regolare della bottiglia di Klein in R^4.
Non esiste un'immersione regolare del piano proiettivo reale in R^3. Immersione regolare del piano proiettivo reale in R^4.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***31 marzo 2011***

Immersioni del piano proiettivo in R^3, immersioni in posizione generale. Superficie romana di Steiner e superficie cross-cup. Pinch points. Superficie di Boy e alcune sue proprietá.
Teorema di Hilbert: una superficie geometrica completa di curvatura costante negativa non puó essere immersa isometricamente in R^3.
Esercizi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Mirella Manaresi)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***13 aprile 2011***

Grafi. Grafi planari. Grafi semplici. Grafi bipartiti. Isomorfismi di grafi; gruppo degli automorfismi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Massimo Ferri)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***14 aprile 2011***

Matrici d'incidenza e di adiacenza. Sottografi. Gradi. Cammini e connettivit. Distanza in un grafo. Cicli. Caratterizzazione dei grafi bipartiti mediante cicli.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Massimo Ferri)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***20 aprile 2011***

Catene, cicli e matrice d'incidenza in Z_2*. Algoritmo di Dijkstra. Alberi. Cocicli (bond). Formula di Cayley per il numero di alberi massimali.*

Ore 2 (9-11) ***Firma (Massimo Ferri)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***21 aprile 2011***

Cenno a Smallworlds. Algoritmo di Kruskal. Digrafi. Cammini orientati. Cicli orientati. Rapporto con la matrice d'incidenza. Circolazioni e differenze di potenziale. Numero di alberi massimali.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Massimo Ferri)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***4 maggio 2011***

Grafi piani e grafi planari. Grafo duale. Formula di Eulero. Teorema di Kuratowski. Cenno al teorema dei 4 colori.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Massimo Ferri)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***5 maggio 2011***

Categorie e funtori. Complessi e applicazioni simpliciali. Triangolazioni. Delta-complessi.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Massimo Ferri)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***9 maggio 2011***

Cenno: teorema di approssimazione simpliciale. Presentazioni di gruppi; trasformazioni di Tietze. Gruppi abeliani finitamente presentati.

Ore 2 (14-16) ***Firma (Massimo Ferri)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***11 maggio 2011***

(Fuori programma: triangolazione di Delaunay e diagrammi di Voronoi). Gruppo dei lati; isomorfismo col gruppo fondamentale; calcolo mediante un albero massimale. Gruppo fondamentale di toro e piano proiettivo.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Massimo Ferri)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***12 maggio 2011***

Teorema di Seifert-Van Kampen. Somme connesse e loro gruppo fondamentale. Complessi di catene. Omologia di un complesso di catene.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Massimo Ferri)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***16 maggio 2011***

Omologia singolare e singolare relativa. Significato di H_0 *e* H_1.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Massimo Ferri)***

Luogo (Aula) ***Aula Vitali***

Data ***17 maggio 2011***

Omologia simpliciale e simpliciale relativa. Matrici d'incidenza. Calcolo dell'omologia simpliciale. Caratteristica di Eulero-Poincaré.

Ore 2 (9-11) ***Firma (Massimo Ferri)***