

Foglio di esercizi n.13

Integrali

1. Utilizzando gli integrali per il calcolo di volume e superficie di un solido di rotazione dimostrare che il volume di una sfera di raggio fissato r è $\frac{4}{3}\pi r^3$ e la sua superficie è $4\pi r^2$
2. Utilizzando gli integrali per il calcolo di volume e superficie di un solido di rotazione calcolare (se finiti) la superficie e il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando intorno all'asse x il grafico della funzione

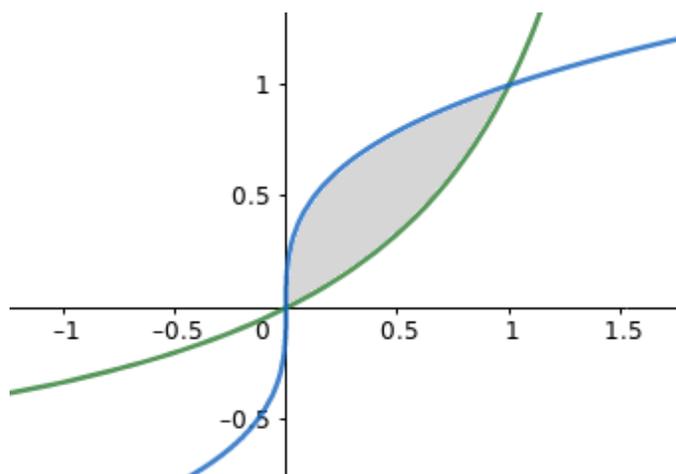
$$f(x) = \frac{1}{x} \quad x \in [1, +\infty [$$

3. Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$\int_0^{\pi} (x+3) \sin x dx \qquad \int_0^8 e^{\sqrt[3]{x}} dx$$

4. Calcolare l'area colorata, compresa tra i grafici delle funzioni

$$y = \frac{x}{2-x} \qquad y = \sqrt[3]{x}$$



5. Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$\int_0^{\pi} (x + 3) \sin x \, dx \qquad \int_0^8 e^{\sqrt[3]{x}} \, dx$$

6. Calcolare la media nell'intervallo $[1, 4]$ di $f(x) = \frac{x^2}{2} + x$

7. Calcolare i seguenti integrali generalizzati ($\alpha \neq 0$ costante):

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx \qquad \int_0^{+\infty} e^{-\alpha x} \, dx$$
$$\int_{-\infty}^1 \frac{1}{\sqrt{2-x}} \, dx \qquad \int_1^{+\infty} \frac{e^x}{e^{2x}-1} \, dx$$