

Foglio di esercizi n.3

Algebra lineare

Siano

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 8 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$v = (3 \ 0 \ -1), \quad u = (2 \ 4 \ 6), \quad c = (4 \ -3)$$

1. Calcolare, se possibile,

$$A \cdot B, \quad B \cdot A, \quad A \cdot C, \quad C \cdot B, \quad B \cdot C, \quad A \cdot c, \quad A \cdot c^T, \quad B \cdot w$$

2. Calcolare $|c|$, $|v|$, $|w|$, $v \cdot v$, $v + u$, $v \cdot w$, $v \wedge u$, $|v \wedge u^T|$.

3. I vettori v e u sono paralleli? Sono ortogonali?

4. Calcolare, se possibile,

$$\det(A), \det(B), \det(C), A^{-1}, B^{-1}, C^{-1}, \operatorname{rg}(A), \operatorname{rg}(B), \operatorname{rg}(C)$$

5. Determinare se il sistema $A \cdot x = 0$ è un sistema di Cramer e risolverlo.

6. Determinare se il sistema $C \cdot x = w$ ha soluzioni e risolverlo.

7. Determinare la matrice canonicamente associata all'applicazione lineare

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) &\rightarrow (x - 2y, 5x + z) \end{aligned}$$

Determinare la matrice canonicamente associata ad una rotazione del piano di 60° di centro l'origine e determinare l'immagine del vettore $(-2, 4)$.