

Foglio di esercizi n.4

Funzioni

1. La funzione $y : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

$$y(t) = e^{-\alpha t} \sin(\omega t)$$

modellizza una vibrazione smorzata, dove $\alpha > 0$. Poniamo $\alpha = 1$.

- (a) Disegnare il grafico delle funzioni e^{-t} e $-e^{-t}$.
- (b) Disegnare il grafico della funzione $y(t)$.
- (c) Stabilire per quali valori di t vale $y(t) = 0$, per quali valori la funzione è positiva e per quali è negativa.
- (d) La funzione $y(t)$ è una funzione periodica?
- (e) La funzione è invertibile? In caso positivo determinare l'inversa.

2. La funzione $q : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

modellizza la carica di un condensatore in un circuito con capacità e resistenza, dove $\tau = RC$ e Q_0 è la carica iniziale.

- (a) Disegnare il grafico della funzione $q(t)$.
- (b) Stabilire per quali valori di t vale $q(t) = 0$, per quali valori la funzione è positiva e per quali è negativa.
- (c) Stabilire dopo quanto tempo la carica è dimezzata e dopo quanto tempo la carica è il 12% della carica iniziale.
- (d) Se voglio scrivere la funzione nella forma

$$q(t) = Q_0 2^{\lambda t}$$

quanto deve valere λ ?

- (e) La funzione è invertibile? In caso positivo determinare l'inversa.