

Foglio di esercizi n.6

Numeri complessi

1. Consideriamo il polinomio $x^2 - 2x + 10$, che non è scomponibile in $\mathbb{R}$.

(a) Determinare le due soluzioni $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$x^2 - 2x + 10 = 0$$

rappresentandole sul piano cartesiano e determinando le loro coordinate polari.

(b) Verificare che il polinomio si scompone

$$x^2 - 2x + 10 = (x - \alpha)(x - \beta)$$

2. Consideriamo il polinomio $p(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 8$.

(a) Trovare una scomposizione

$$p(x) = r(x) \cdot s(x)$$

dove $r(x)$ è un polinomio di primo grado e $s(x)$ è un polinomio di secondo grado non scomponibile in $\mathbb{R}$.

(b) Determinare le due soluzioni $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ dell'equazione $s(x) = 0$ e la soluzione $x_0 \in \mathbb{R}$ di $r(x) = 0$ rappresentandole sul piano cartesiano e determinando le loro coordinate polari.

(c) Verificare che il polinomio si scompone

$$x^3 - 2x^2 + 4x - 8 = (x - x_0)(x - \alpha)(x - \beta)$$

3. Calcolare

$$z = \frac{5+i}{1-i} \quad w = z \cdot (2-i)$$

4. Dato $z = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}i)$

- (a) determinare le coordinate polari di z ;
- (b) determinare le coordinate polari di $w = z^2$;
- (c) determinare le coordinate polari di $v = \sqrt{z}$.