CdL in Scienze geologiche e Scienze naturali - Università di Bologna
A.A. 2018-19

Foglio di esercizi n.10

Calcolo differenziale:soluzioni

1. Determinare il sottoinsieme del dominio in cui le seguenti funzioni sono derivabili e classificare eventuali punti di non derivabilità:

$$f(x) = |x^2 - 4| \text{ punti angolosi in } x = +2 \text{ e } x = -2$$

$$f(x) = xe^{|x-2|} \text{ punto angoloso in } x = +2$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \text{ punto di flesso a tangente verticale in } x = 0$$

2. Determinare la retta tangente al grafico di $g(x) = ln(x + 1)$ nel punto di ascissa $x = 2$.

$$y = \frac{1}{3}(x - 2) + ln(3)$$

3. Cercare i punti di massimo e minimo locali e assoluti ed eventuali punti di flesso delle seguenti funzioni e determinare gli intervalli in cui sono monotone crescenti e decrescenti.

$$f(x) = (x^2 - 8)e^x \text{ max rel in -4 min assol in x=2}$$

$$f(x) = sin(x^2)\ per\ x \in \left[-\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}\right]$$

min assol in $x = 0, \sqrt{\pi}, -\sqrt{\pi}$ max ass in $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, -\sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

$$f(x) = x^2(x - 1)e^{-x} \text{ max in } 2 - \sqrt{2} \text{ flesso in 0 min in } 2 + \sqrt{2}$$

$$f(x) = \frac{x}{ln(x)} \text{ min rel in } x = e$$

4. Determinare un intervallo in cui la funzione

$$f(x) = \frac{x}{ln(x)}$$

è convessa ed uno in cui è concava.

In $0 < x < 1$ la derivata seconda è negativa quindi la funzione è concava.
In $1 < x < e^2$ la derivata seconda è positiva quindi la funzione è convessa.
In $x > e^2$ la derivata seconda è negativa quindi la funzione è concava.

5. Verificare che l'equazione

$$x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 1 = 0$$

nell'intervallo $[-1, 0]$ ammette una sola soluzione e determinare se tale soluzione può essere approssimata applicando il metodo di Newton.
Per il teorema degli zeri c'è almeno una soluzione.
Essendo la derivata nell'intervallo sempre negativa la soluzine è unica.
Anche la derivata seconda ha segno costante (positiva) nell'intervallo
Inoltre $f''(0)$ e $f(0)$ hanno segno discorde quindi si può applicare il metodo di Newton con punto iniziale l'estremo 0.