CdL in Scienze geologiche - Università di Bologna
A.A. 2018-19

Foglio di esercizi n.2

Geometria analitica

SOLUZIONI

1. (a) Trovare un'equazione parametrica e una cartesiana della retta r di $\mathbb{R}^2$ tangente alla circonferenza di centro l'origine e raggio 10 nel punto $P = (6, -8)$.
La retta deve avere come vettore normale il vettore $n = (6, -8)$ e deve passare per il punto P. Quindi

$$r: \ 6x - 8y = c$$

dove $c = 36 + 64 = 100$ quindi equazione cartesiana $r: \ 6x - 8y = 100$ ed equazioni parametriche, scegliendo come vettore di direzione un vettore ortogonale a n il vettore $v = (8, 6)$

$$\begin{cases} x = 6 + 8t \\ y = -8 + 6t \end{cases}$$

(b) Determinare l'asse del segmento $\overline{AB}$, dove $A = (2, 8)$ e $B = (4, 0)$.
La retta deve passare per il punto medio $(3, 4)$ e deve essere ortogonale al vettore $\overline{AB} = B - A = (2, -8)$ quindi possiamo scegliere come vettore direzione $(8, 2)$. Quindi equazione cartesiana $2x - 8y = -26$ ed equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 2 + 8t \\ y = -8 + 2t \end{cases}$$

(c) Determinare, se esiste l'intersezione delle rette

$$r: \ x + 2y = 4 \qquad s: \ 2x + 4y = 3$$

Non esiste perchè i vettori normali $(1, 2)$ e $(2, 4)$ sono linearmente dipendenti, quindi le due rette sono parallele.

(d) Sia $\mathcal{C}$ la circonferenza di centro $P = (1, -2)$ e raggio $= \sqrt{5}$. Calcolare le intersezioni di $\mathcal{C}$ con gli assi cartesiani e calcolare $\mathcal{C} \cap r$.

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} (x-1)^2 = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

quindi $(0, 0)$ e $(2, 0)$.

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5 \\ x = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} (y+2)^2 = 4 \\ x = 0 \end{cases}$$

quindi $(0, 0)$ e $(0, -4)$.

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

nessuna intersezione, la retta è esterna alla circonferenza.

2. (a) Determinare una rappresentazione parametrica e una cartesiana della retta r di $\mathbb{R}^3$ passante per l'origine e per il punto $P = (-2, 1, 3)$.
Scelgo come vettore di direzione il vettore $OP = (-2, 1, 3)$ ed ottengo le equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = -2t \\ y = t \\ z = 3t \end{cases}$$

ed equazione cartesiane

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ z - 3y = 0 \end{cases}$$

(b) Determinare l'equazione cartesiana del piano π ortogonale a r e passante per $Q = (2, 0, -1)$
Scelgo $n = (-2, 1, 3)$ quindi $\pi : \ -2x + y + 3z = -7$.

(c) Calcolare la distanza di r da Q.
Intersecando la retta con il piano perpendicolare passante per Q si trova il punto $C = (1, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$, quindi la distanza è $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(d) Calcolare la distanza di π dall'origine.

La distanza vale $\frac{\sqrt{14}}{2}$

(e) * Determinare il piano tangente alla sfera di raggio 5 nel punto $P = (3, 0, 4)$. (suggerimento: ragionare come nel punto 1a).

come vettore normale scelgo $OP = (3, 0, 4)$ e imponendo il passaggio per il punto trovo

$$3x + 4z = 25$$