

1. Studiare la funzione $f(x) = x^2(2\ln(2x) - 3)$ classificando eventuali punti stazionari e determinare l'equazione della retta tangente al suo grafico in $x = 0.5$.
2. Determinare la matrice canonicamente associata alla trasformazione lineare $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ $f(x, y) = (y, -x)$.

3. Siano

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad u = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Determinare se u e b sono paralleli o ortogonali e calcolare

$$B \cdot A, u \wedge b \text{ e } u \cdot b$$

Risolvere

$$Ax = b$$

4. Calcolare

$$\int_0^2 \frac{4\pi}{\sqrt{e^x}} dx =$$

5. Calcolare il volume del solido ottenuto dalla rotazione attorno all'asse x del grafico della funzione $\sin(x)$ nell'intervallo $[0, \pi]$.

6. Trovare la soluzione $y(x)$ del seguente problema di Cauchy determinandone l'intervallo massimale di definizione e disegnandone un grafico qualitativo sul piano cartesiano.

$$\begin{cases} y' = 2xy - 4x \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

7. Determinare il dominio e classificare eventuali punti stazionari di

$$g(x, y) = \ln(x) + (x - 1)y$$

8. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < y < 1, 1 > x - y, x > y^2\}$. Calcolare

$$\iint_A x^2 + 1 \, dx dy =$$

9. Determinare una rappresentazione della retta passante per il punto $Q = (1; 1; 1)$ e perpendicolare al piano $s : x = 2$.