Prova scritta di Analisi Matematica T-B, Ingegneria Meccanica, 17/06/2014

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: . . . .

□ Desidero sostenere la prova orale al prossimo appello

---

1)*(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha \geq 0$ converge il seguente integrale

$$\int_3^{+\infty} \frac{4x^{2\alpha}}{(x^2-9)^{3\alpha}}\,dx. \qquad \frac{1}{4} < \alpha < \frac{1}{3}$$

2)*(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge la seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1-\cos(\frac{1}{n^{3\alpha}})}{(-\alpha)^n}. \qquad \alpha \geq 1$$

3)*(4 punti)* Risolvere la seguente equazione in campo complesso: $(\overline{z})^4 = 8|z|$.

$$\{0, \pm 2, \pm 2i\}$$

4)*(4 punti)* Scrivere il differenziale della seguente funzione, poi trovare i punti critici e classificarli

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = x^3 + y^3 - xy$$

5) *(5 punti)* Determinare $f(V)$, dove $f(x,y) = 2 - x - y^2, \quad V = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; \quad |y| \le x \le 1 - y^2\}$

6) *(4 punti)* Calcolare $\int_A f$, dove $f(x,y) = -y, \quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; |y| \le e^x, (x-1)^2 + y^2 \le e^2, x \ge 0, y \ge 1\}$

7) *(5 punti)* Risolvere il seguente problema di Cauchy: $y'(t) = 3t^2\sqrt{1 + y^2(t)}, \quad y(0) = 0$

Prova scritta di Analisi Matematica T-B, Ingegneria Meccanica, 17/06/2014

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: ....

☐ Desidero sostenere la prova orale al prossimo appello

---

1)*(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha \geq 0$ converge il seguente integrale

$$\int_4^{+\infty} \frac{16x^{3\alpha}}{(x^2-16)^{5\alpha}}\,dx. \qquad \frac{1}{7} < \alpha < \frac{1}{5}$$

2)*(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge la seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(\sin(\frac{1}{n^{5\alpha}})\right)^2}{(-\alpha)^n}. \qquad \alpha \geq 1$$

3)*(4 punti)* Risolvere la seguente equazione in campo complesso: $(\overline{z})^6 = |z|$.

$$\left\{0, \pm 1, \frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

4)*(4 punti)* Scrivere il differenziale della seguente funzione, poi trovare i punti critici e classificarli

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = x^3 + y^3 + xy$$

5) *(5 punti)* Determinare $f(V)$, dove $f(x,y) = 3 + y - x^2$, $\quad V = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; \quad x^2 - 2 \leq y \leq -|x|\}$

6) *(4 punti)* Calcolare $\int_A f$, dove $f(x,y) = y$, $\quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; |y| \leq e^x, (x-1)^2 + y^2 \leq e^2, x \geq 0, y \leq -1\}$

7) *(5 punti)* Risolvere il seguente problema di Cauchy: $y'(t) = -2t\sqrt{1 + y^2(t)}, \quad y(0) = 0$

Prova scritta di Analisi Matematica T-B, Ingegneria Meccanica, 01/07/2014

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: . . . .
☐ Desidero sostenere la prova orale al prossimo appello

---

1) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_{-2}^{2} \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x + 2}\right)^{\alpha} dx. \qquad -\frac{1}{2} < \alpha < 1$$

2) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha \in \mathbb{R}$ converge la seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{3\alpha}{4}\right)^{n} (3n^2 + 4\alpha). \qquad |\alpha| < \frac{4}{3}$$

3) *(4 punti)* Risolvere la seguente equazione in campo complesso: $(3 - 2z)^3 = 5i$.

$$\left\{ z_k = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt[3]{5}}{2} e^{i\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}\right)},\ k = 0, 1, 2 \right\}$$

4) *(4 punti)* Scrivere il differenziale della seguente funzione, poi trovare i punti critici e classificarli

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x, y) = x \sin(y)$$

5) *(5 punti)* Determinare $f(V)$, dove $f(x,y) = 8x^2 + 8y^2$, $\quad V = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; \quad 1 - 3x^2 \leq x^2 + y^2 < 4\}$

6) *(4 punti)* Calcolare $\int_A f$, dove $f(x,y,z) = -z$, $\quad A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; 3z \leq x^2+y^2; x^2+y^2+z^2 \leq 4, xy \geq 0\}$

7) *(5 punti)* Risolvere il seguente problema di Cauchy: $y'' + 6y' + 9y = e^{3t}$, $\quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$

Prova scritta di Analisi Matematica T-B, Ingegneria Meccanica, 01/07/2014

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: ....

□ Desidero sostenere la prova orale al prossimo appello

---

1) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_{-1}^{1} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x + 1}\right)^{\alpha} dx. \qquad -\frac{1}{2} < \alpha < 1$$

2) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha \in \mathbb{R}$ converge la seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2\alpha}{5}\right)^{n} (2n^2 + 5\alpha). \qquad |\alpha| < \frac{5}{2}$$

3) *(4 punti)* Risolvere la seguente equazione in campo complesso: $(4 + 3z)^3 = -7i$.

$$\left\{ z_k = -\frac{4}{3} + \frac{\sqrt[3]{7}}{3} e^{i\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3}\right)},\ k = 0, 1, 2 \right\}$$

4) *(4 punti)* Scrivere il differenziale della seguente funzione, poi trovare i punti critici e classificarli

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x, y) = y \cos(x)$$

5) *(5 punti)* Determinare $f(V)$, dove $f(x,y) = 3x^2 + 3y^2, \quad V = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; \quad 1 < x^2 + y^2 \leq 16 - 3y^2\}$

6) *(4 punti)* Calcolare $\int_A f$, dove $f(x,y,z) = z, \quad A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; 2z \leq x^2+y^2; x^2+y^2+z^2 \leq 3, xy \leq 0\}$

7) *(5 punti)* Risolvere il seguente problema di Cauchy: $y'' + y' - 2y = e^t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$

Prova scritta di Analisi Matematica T-B, Ingegneria Meccanica, 23/07/2014

MATRICOLA:.............................**NOME e COGNOME**: . . . .

---

1)*(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{(x-1)^{2\alpha}}{e^{x^2}}\, dx. \qquad \alpha > -\frac{1}{2}$$

2)*(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge la seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha}{\alpha^n}. \qquad \alpha \leq -1,\ \alpha > 1$$

3)*(4 punti)* Risolvere la seguente equazione in campo complesso: $z^4 \overline{z}^5 = 3i\overline{z}^2$.

$$\left\{0, i\sqrt[7]{3}\right\}$$

4)*(4 punti)* Scrivere il differenziale della seguente funzione, poi trovare i punti critici e classificarli

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = x^2(1-y)$$

5) *(5 punti)* Determinare $f(V)$, dove $f(x,y) = \log(\|(x,y)\|)$, $\quad V = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; \quad 0 < x^2 + 4y^2 \leq 4\}$

6) *(4 punti)* Calcolare $\int_A f$, dove $f(x,y) = 8x + 3y$, $\quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq 5x + 7y \leq (3x - 4y)^2 \leq 4\}$

7) *(5 punti)* Risolvere il seguente problema di Cauchy: $(t+1)y' - 2 + y = 0, \quad y(0) = 1$

Prova scritta di Analisi Matematica T-B, Ingegneria Meccanica, 23/07/2014

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: . . . .

---

1) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{0} |x|^{3\alpha} e^{-x^2}\, dx. \qquad \alpha > -\frac{1}{3}$$

2) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge la seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{n\alpha} \alpha^n. \qquad \alpha \leq 0$$

3) *(4 punti)* Risolvere la seguente equazione in campo complesso: $\overline{z}^3 z^4 = -2z^2$.

$$\left\{0, -\sqrt[5]{2}\right\}$$

4) *(4 punti)* Scrivere il differenziale della seguente funzione, poi trovare i punti critici e classificarli

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x, y) = y^2(x - 1)$$

5) *(5 punti)* Determinare $f(V)$, dove $f(x,y) = \dfrac{1}{\|(x,y)\|}$, $\quad V = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; \quad 0 < 9x^2 + y^2 \leq 9\}$

6) *(4 punti)* Calcolare $\int_A f$, dove $f(x,y) = 3x - 8y$, $\quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; (7x - 5y)^2 \leq 4x + 3y \leq 9\}$

7) *(5 punti)* Risolvere il seguente problema di Cauchy: $(t-2)y' - 1 + y = 0, \quad y(3) = 2$

Prova scritta di Analisi Matematica T-B, Ingegneria Meccanica, 09/09/2014

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: . . . .

---

1) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha > 0$ converge il seguente integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x^{2\alpha})}{x^2}\,dx. \qquad \alpha > \frac{1}{2}$$

2) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge la seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{5^{\alpha n}}. \qquad \alpha > 0$$

3) *(4 punti)* Risolvere la seguente equazione in campo complesso: $\overline{z}^4(z^3+1) = 0$.

$$\left\{0, -1, \frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

4) *(4 punti)* Scrivere il differenziale della seguente funzione, poi trovare i punti critici e classificarli

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = xe^{-2(x^2+y^2)}$$

5) *(5 punti)* Determinare $f(V)$, dove $f(x,y) = \log(\|(x,y)\|)$, $\quad V = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; \quad 1 < x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$

6) *(4 punti)* Calcolare $\int_A f$, dove $f(x,y) = x - yx^2$, $\quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y^4 \leq x \leq y^2\}$

7) *(5 punti)* Risolvere il seguente problema di Cauchy: $y'' + 4y = \cos(2t)$, $\quad y(0) = y'(0) = 1$

Prova scritta di Analisi Matematica T-B, Ingegneria Meccanica, 09/09/2014

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: . . . .

---

1) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha > 0$ converge il seguente integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{1-\cos(x^\alpha)}{x^3}\,dx. \qquad \alpha > 1$$

2) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge la seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1-\frac{1}{n}\right)^{\alpha n^2}. \qquad \alpha > 0$$

3) *(4 punti)* Risolvere la seguente equazione in campo complesso: $\overline{z}^3(z^4+i)=0$.

$$\left\{0,\ e^{i\left(\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}\right)},\ k=0,1,2,3\right\}$$

4) *(4 punti)* Scrivere il differenziale della seguente funzione, poi trovare i punti critici e classificarli

$$f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = ye^{-8(x^2+y^2)}$$

5) *(5 punti)* Determinare $f(V)$, dove $f(x,y) = \dfrac{1}{\|(x,y)\|}$, $\quad V = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; \quad 1 \leq x^2 + y^2 < 9, y \geq 0\}$

6) *(4 punti)* Calcolare $\int_A f$, dove $f(x,y) = x^2 - y$, $\quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; |y|^3 \leq x \leq y^2\}$

7) *(5 punti)* Risolvere il seguente problema di Cauchy: $y'' + 9y = \sin(3t)$, $\quad y(0) = y'(0) = 1$

Prova scritta di Analisi Matematica T-B, Ingegneria Meccanica, 14/01/2015

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: ....

☐ Desidero sostenere la prova orale al prossimo appello

---

1) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha > 0$ converge il seguente integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{2\sin(x^{3\alpha})}{4x^7 \log(5+x^6)}\, dx. \qquad \alpha > 2$$

2) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha > 0$ converge la seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log\left(1+\frac{1}{n^\alpha}\right) \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right). \qquad \alpha > \frac{1}{2}$$

3) *(4 punti)* Risolvere la seguente equazione in campo complesso: $(z+1)^4 = z+1$.

$$\left\{0, -1, -\frac{3}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

4) *(4 punti)* Scrivere il differenziale della seguente funzione, poi trovare i punti critici e classificarli

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = x^3 + y^3 + xy$$

5) *(5 punti)* Determinare $f(V)$, dove $f(x,y) = (x^2-1)(y^2-1)$, $\quad V = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; \quad 1 \le |x| \le 2,\ |y| \le 1\}$

6) *(4 punti)* Calcolare $\int_A f$, dove $f(x,y) = xe^{-y^2}$, $\quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; -1 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1-x^2\}$

7) *(5 punti)* Risolvere il seguente problema di Cauchy: $y'(t) = 3(1+y^2(t))$, $\quad y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$

Prova scritta di Analisi Matematica T-B, Ingegneria Meccanica, 09/02/2015

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: . . . .

---

1) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_1^2 \frac{1}{(x-1)^{3\alpha}(x^2+1)^{\alpha}(4-x^2)^{2-5\alpha}}\,dx. \qquad \frac{1}{5} < \alpha < \frac{1}{3}$$

2) *(4 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha > 0$ converge la seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!\,\alpha^n}{n^n}. \qquad \alpha < e$$

3) *(4 punti)* Risolvere la seguente equazione in campo complesso: $(3z+2)^4 = 8(i\sqrt{3}-1)$.

$$\left\{ z_k = -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} e^{i\left(\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}\right)},\ k = 0,1,2,3 \right\}$$

4) *(4 punti)* Scrivere il differenziale della seguente funzione, poi trovare i punti critici e classificarli

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = e^{y-x}(y^2 - 2x^2)$$

5) *(5 punti)* Determinare $f(V)$, dove $f(x,y) = x^2 + y^2 - 2x + 2, \quad V = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; \quad 0 \le y \le -x \le 1\}$

6) *(4 punti)* Calcolare $\int_A f$, dove $f(x,y) = 4xy, \quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ x^2 + y^2 \le 1 \le x + y,\ x \ge 0,\ y \ge 0\}$

7) *(5 punti)* Risolvere il seguente problema di Cauchy: $y'' + 9y = 6\cos(3x), \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 6$