

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

1)(3 punti) Dato il seguente insieme A , stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : x^2 - \frac{1}{n} = 0, n \in \mathbb{N}, n > 0 \right\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \cos(\pi n) \frac{n! + \sqrt[n]{3n^2 + 5}}{e^n + (n+1)!}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+x^2) - 1 + \log(1-x-x^2+x^4) + \sqrt{1+x^2}}{x + \cosh(x-x^2) - e^{\frac{x^2}{2}} - \sinh(x-x^3)}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{2}{|x|}}(2|x|-3), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^e \frac{4 - 12 \log(x)}{x(\log^2(x) + 1)(\log(x) + 3)} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x^\alpha)}{x^3 \log(2+x^4)} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+e^x} dx.$$

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

1)(3 punti) Dato il seguente insieme A , stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \log(x) - \frac{1}{n} = 0, n \in \mathbb{N}, n > 0 \right\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n! + 2^n + n!(3n + 2)}{3^n + (n + 1)! + n!}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + x^2} + \log(\cos x) - e^{-\frac{1}{6}x^2}}{\cos(x + x^3) + e^{-x^2} + \frac{3}{2} \sinh^2(x) - 2}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{2}{|x|}}(4 - |x|), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)(\cos^2(x) + \cos(x) - 2)}{(\cos^2(x) + 1)(\cos(x) - 3)} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)}{\sqrt[5]{x} \arctan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{x^3}\right)} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + e^x} dx.$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 23/01/2015

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 29/01 30/01
Eventualmente gli orali continueranno nei giorni 02/02 e 03/02

1)(3 punti) Dato il seguente insieme A , stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |2 - e^x| \leq 2\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+2)! - n!}{(n+1)!(3n+2)}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x^2} - \cos(2x + x^2) - 2 \sinh^3(x)}{\sqrt{1 - 2x^2} - 1 + \cos(x) \arctan^2(x)}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = |e^{-x^4} - e^{-1}|$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{e-1} 4x \log(x+1) dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{7x^\alpha}{5 + 6x^{1+3\alpha}} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_2^{x^3} (2 + e^{-t^2}) dt}{2x^3 + 5x^2 - 1}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 23/01/2015

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 29/01 30/01
Eventualmente gli orali continueranno nei giorni 02/02 e 03/02

1)(3 punti) Dato il seguente insieme A , stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |e^{-x} - 1| \leq 1\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + 2}{n^2 + 1} \right)^{n \log n}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x^2} \sinh(x+x^3) - \log(1+x+\frac{x^2}{2})}{\frac{1}{x} \log(1+x) \sin(x) - x\sqrt{1-x}}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = |(x - \sqrt{2})^2(x + \sqrt{2})^2 - 4|$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-1}^0 6(x+1) \arctan(x+1) dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{3x^\alpha}{5+7x^{2\alpha+1}} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_2^{x^3} (2 + e^{-t^2}) dt}{2x^3 + 5x^2 - 1}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 13/02/2015

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 19/02 20/02

1)(3 punti) Dato il seguente insieme A , stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = [-1, 1] \setminus B, \quad \text{dove} \quad B = \left\{ x \in [-1, 1] : x = \frac{(-1)^n}{n}, n \in \mathbb{N}, n > 0 \right\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + 4}{8n + 3} \left[1 - \left(1 - \frac{5}{6n} \right)^7 \right]$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos(\sinh(x - x^3)) - e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{4 - 8x^2} + \log(1 + 2x^2 - 2x^3) - 2e^{-x^3}}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{4 - x^2}, & |x| \leq 2 \\ \sqrt{|x - 2|}, & |x| > 2. \end{cases}$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin(4x)e^{5x} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_3^4 \frac{1}{(x - 3)^{5\alpha}(x^2 + 9)^{3\alpha}(16 - x^2)^{2-6\alpha}} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ si dice omogenea di grado $p \in \mathbb{R}$ se vale

$$f(tx) = t^p f(x), \quad \forall t \in \mathbb{R}, t > 0$$

Sia $f \in C^1(\mathbb{R}; \mathbb{R})$ una funzione omogenea di grado p , dimostrare che f' è omogenea di grado $p - 1$, e che inoltre vale la seguente relazione:

$$pf(x) = xf'(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 13/02/2015

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 19/02 20/02

1)(3 punti) Dato il seguente insieme A , stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = [0, 1] \setminus B, \quad \text{dove} \quad B = \left\{ x \in [0, 1] : x = 1 - \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{N}, n > 0 \right\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7n^3 - 3}{4n + 9} \left[1 - \cos\left(\frac{4}{5n}\right) \right]$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \log(\cos(x + x^3)) + \sinh(x^2 - x^4)}{\sqrt[3]{8 + 24x^3} - 2e^{x^3 - x^4}}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{9 - x^2}, & |x| \leq 3 \\ \sqrt{|x - 3|}, & |x| > 3. \end{cases}$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{10}} \cos(5x)e^{6x} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_2^3 \frac{1}{(x - 2)^{4\alpha}(x^2 + 4)^{2\alpha}(9 - x^2)^{2-5\alpha}} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ si dice omogenea di grado $p \in \mathbb{R}$ se vale

$$f(tx) = t^p f(x), \quad \forall t \in \mathbb{R}, t > 0$$

Sia $f \in C^1(\mathbb{R}; \mathbb{R})$ una funzione omogenea di grado p , dimostrare che f' è omogenea di grado $p - 1$, e che inoltre vale la seguente relazione:

$$pf(x) = xf'(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 18/06 19/06

1)(3 punti) Dato il seguente insieme A , stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : x = 2 - \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N}, n \geq 0 \right\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^4(n+3)^n + n^{n+4}}{(n+5)^{n+4}}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{-3x} - 2 - \sin^2(3x - \frac{3}{2}x^2) + 6x}{2 \cosh(x - x^2) + \log(1 - x^2 + 2x^3) - 2}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3|x|}.$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{18}} \frac{1}{\cos^2(3x)(\tan^2(3x) - 1)} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_0^1 \frac{(3 \sin^2(x))^{\alpha-1}}{(1-x^2)^\alpha} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Studiare il seguente limite, motivando la risposta

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_n^{n+1} e^{-x^2} dx.$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 15/07/2015

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 20/07 21/07

1)(3 punti) Dato il seguente insieme A , stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = \left\{ y \in \mathbb{R} : y = e^{-|x|}, x \in \mathbb{R} \right\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sin \left(\frac{2^n n^4 + (n+2)! \arctan(2n^3)}{3 n! n^2 + 5e^{1+n^3}} \right).$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sinh(x-1) + \log(x) - \sin(x^2-1)}{\cos(x^2-1) - 2\sqrt{x} + x}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione (disegnare un grafico qualitativo, senza lo studio della derivata seconda)

$$f(x) = 4 - 2 \cosh(x|x-3|).$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_2^3 \frac{1}{\sqrt{x} \sqrt{4-x}} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^3 + x^{7-\alpha}}{x^5 + \arctan(x^2)} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Si definisca

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \int_0^x (t-1)(\sinh(t))^5 dt$$

e sia $m = f(1)$. Dimostrare che $m < 0$, inoltre determinare quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = \lambda$, nei seguenti casi:

- a) $\lambda > 0$, b) $\lambda = 0$, c) $m < \lambda < 0$, d) $\lambda = m$, e) $\lambda < m$.

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 14/09/2015

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 17/09 18/09

1)(3 punti) Dato il seguente insieme A , stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x(x^2 - 1) \geq 0\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{\pi + \cos(\pi n)}}{e^{\pi + \sin(\pi n)}}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos(x - x^2) + \frac{1}{3} \sin(3x) + \cosh(x) - x - 2}{\log\left(1 + x + \frac{1}{2}x^2 + x^3\right) - \sinh\left(x + \frac{7}{6}x^3\right)}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = 5 - 4e^{3|x|-2}.$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) \frac{e^{\cos(x)}}{4 + e^{2\cos(x)}} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_{-2}^5 \frac{1}{|x^2 - 9|^\alpha |x + 1|^{2-3\alpha}} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Provare per induzione la seguente formula

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$