

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 21/12/2015

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 07/01 08/01

1) (3 punti) Dato il seguente insieme A , stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : |\sin(x)| > \frac{1}{2} \right\}.$$

2) (4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4 \log(1 + n^n) + n!(n + 2)^{n+1} + \cos(5n^2 - n)}{(n + 1)!(n + 1)^n \arctan(\cosh(-n)) + \sqrt[n]{4n^3 + 3^n}}.$$

3) (6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x + \cos(x) - x - \sqrt{4 + \frac{2}{3}x^3}}{\log(1 + 2x) - 2xe^{-x} - \frac{5}{3} \sin(x^3)}.$$

4) (7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{x - 4}{3 + x} |x|$$

5) (5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{1}{7} \log(2)} \left(e^{(e^{7x} + 3x)} \right)^7 dx.$$

6) (5 punti) Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_2^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{x^\alpha}\right) \tanh(x^\alpha)}{(x^2 - 4)^\alpha \sqrt[3]{x}} dx.$$

7) (facoltativo, 3 punti) Studiare la uniforme continuità delle funzioni

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right), \quad h(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

sull'intervallo $(0, 1]$.

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 21/12/2015

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 07/01 08/01

1) (3 punti) Dato il seguente insieme A , stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : |\cos(x)| \leq \frac{1}{2} \right\}.$$

2) (4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[n]{2 + n^n \log(n)} + (n+1)!(n+1)^{n-1} + \sin(7n^3 - 4n)}{n!n^n \arctan(\sinh(-n)) + 5^{n^3+4}}.$$

3) (6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{4 - 9x^2} - 2 \cos\left(\frac{3}{2}x + x^2\right) - 3 \sin(x^3)}{x (\log(1 + 3x) + e^{-3x} - 1)}.$$

4) (7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{|x|(3-x)}{x+1}$$

5) (5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{1}{8} \log(2)} \left(e^{(e^{8x+6x})} \right)^4 dx.$$

6) (5 punti) Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_3^{+\infty} \frac{\sinh\left(\frac{1}{x^\alpha}\right) \arctan(x^\alpha)}{(x^2 - 9)^\alpha \sqrt[4]{x}} dx.$$

7) (facoltativo, 3 punti) Studiare la uniforme continuità delle funzioni

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right), \quad h(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

sull'intervallo $(0, 1]$.

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 18/01/2016

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 21/01 22/01

1)(3 punti) Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : x^4 - 4 \geq 0, 1 \leq x \leq 3\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{23 - 5 \sin(7n^4)}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x (e^{t^2} - e^{t^3} - t^2) dt}{\sin(x + x^2) - \sin(x) - x^2}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \tan^2 \left(\frac{\arctan(x)}{2} + \left| \frac{\arctan(x)}{2} \right| \right).$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{2x \log(3x + 2)}{(x^2 + 1)^2} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_{\frac{3}{2}\pi}^{2\pi} \frac{x^\alpha (4\pi^2 - x^2)^{2\alpha}}{(\cos(x))^{3\alpha}} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Provare per induzione che $(n^2 - 1)$ è divisibile per 8, per ogni numero naturale dispari n .

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 18/01/2016

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 21/01 22/01

1)(3 punti) Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : x^4 - 4 \leq 0, 1 \leq x \leq 3\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{7 \cos(5n^3) + 31}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x (t^2 - e^{t^2} + e^{t^3}) dt}{\sinh(x + x^2) - \sinh(x) - x^2}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{1}{e^{\log(x) + |\log(x)|}}.$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{2 \arctan(x)}{(2x + 3)^2} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_1^e \frac{(\log(x))^{5\alpha}}{x^\alpha (e^2 - x^2)^{4\alpha}} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Provare per induzione che $(n^2 - 1)$ è divisibile per 8, per ogni numero naturale dispari n .

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 15/02/2016

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 18/02 19/02

1)(3 punti) Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \left\{ x, y \in \mathbb{R} : x = \frac{1}{n^2}, y = \frac{n-1}{n}, n \in \mathbb{N}, n > 0 \right\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(3n)!}{(n!)^3}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+x-4x^2) - \cos(3x) - \sin(x+x^3) + 1}{\cos(2x+3x^2) - \cos(4x) + \sinh(x-6x^2+x^3) - x}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = x^2 + 5x - 11 - |x^2 + x - 6|.$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-1}^1 (x^4 + x) \sinh(x) dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_3^{+\infty} \frac{(x-3)^{|\alpha|-5}}{e^{|\alpha|x}} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \left[\left(\frac{1}{n}\right)^9 + \left(\frac{2}{n}\right)^9 + \left(\frac{3}{n}\right)^9 + \dots + \left(\frac{n}{n}\right)^9 \right].$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 15/02/2016

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 18/02 19/02

1)(3 punti) Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \left\{ x, y \in \mathbb{R} : x = \frac{n^2 + 1}{n^2}, y = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}, n > 0 \right\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2(n!)^2}{(2n)!}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \cos(x + x^2) - 2 \cos(2x) + \sinh(x - 3x^2 + 2x^3) - x}{\log(1 + 2x - 6x^2) - \cos(4x) - 2 \sin(x + 3x^3) + 1}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = x^2 + 3x - 23 + |x^2 - x - 20|.$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) \cosh(x) dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_2^{+\infty} \frac{e^{-|\alpha|x}}{(x-2)^{3-|\alpha|}} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \left[\left(\frac{1}{n}\right)^9 + \left(\frac{2}{n}\right)^9 + \left(\frac{3}{n}\right)^9 + \dots + \left(\frac{n}{n}\right)^9 \right].$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 20/06/2016

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 23/06 24/06

1)(3 punti) Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \{y \in \mathbb{R} : y = |e^{-x} - 1|, x \in \mathbb{R}\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^n \sin((n + \frac{1}{2})\pi)}{(2n)!}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1 + \sin(x + \frac{1}{2}x^2)) - x}{4 \cosh(x + 2x^2) + \cos(2x + x^2) - 5}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = |x(x + 1)|(x - 1).$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x^3}{1 + x^{12}} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge il seguente integrale

$$\int_2^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{x-2} \sin(\frac{1}{x^{2\alpha}})}{\arctan(x-2)} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Sia $\Gamma : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione (di Eulero) definita da

$$\Gamma(t) = \int_0^{+\infty} x^{t-1} e^{-x} dx.$$

Dimostrare che l'integrale è convergente e quindi la funzione è ben definita. Inoltre provare che vale la seguente formula:

$$\Gamma(t + 1) = t\Gamma(t), \quad \forall t \in (0, +\infty).$$

Infine calcolare $\Gamma(n + 1)$, con $n \in \mathbb{N}$.

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 20/06/2016

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 23/06 24/06

1)(3 punti) Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \left\{ y \in \mathbb{R} : y = \left| \frac{\pi}{4} + \arctan(x) \right|, x \in \mathbb{R} \right\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{3^{(n^2)} \cos(n\pi)}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{10 - 9 \cos(x + x^2) - \cosh(3x + x^2)}{\log\left(1 + \sin\left(x + \frac{1}{2}x^2\right)\right) - x}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = |x(x - 2)|(x + 2).$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^2 \frac{x^2}{1 + x^9} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge il seguente integrale

$$\int_3^{+\infty} \frac{\sqrt[5]{x-3} \sin\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)}{\arctan(x-3)} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Sia $\Gamma : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione (di Eulero) definita da

$$\Gamma(t) = \int_0^{+\infty} x^{t-1} e^{-x} dx.$$

Dimostrare che l'integrale è convergente e quindi la funzione è ben definita. Inoltre provare che vale la seguente formula:

$$\Gamma(t + 1) = t\Gamma(t), \quad \forall t \in (0, +\infty).$$

Infine calcolare $\Gamma(n + 1)$, con $n \in \mathbb{N}$.

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 18/07/2016

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 21/07 22/07

1)(3 punti) Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : x = \frac{\cos(\pi n)}{n^2} - 1, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n > 0 \right\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\arctan(2n^3 + \sin(3n^2))}{\log(4 - \cos(5\pi n^2))}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x) \cos(x) - \log(1 + x + \frac{1}{2}x^2)}{e^{(2\sin(x) - 4x^2)} - \cos(2x) - 2x}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 - |x - 1|}.$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin^2(x) + 2 \sin(x) \cos(x) + 2 \cos^2(x)} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_{-1}^{+1} \left(\frac{(x-1)^4}{\sqrt[2]{x+1}} \right)^{3\alpha} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \log|x|$ definita sul suo dominio naturale. Determinare una primitiva F tale che $F(1) = 4$ e $F(-1) = 7$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 18/07/2016

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 21/07 22/07

1)(3 punti) Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : x = 2 + \frac{\cos(\pi n)}{n^3}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n > 0 \right\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log(7 + \sin(3\pi n^2))}{\arctan(\cos(2n^5) - 4n^2)}.$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \cos(3x) - e^{(\sin(x) - 5x^2)}}{\log(1 + 2x + 2x^2) - \sin(2x) \cos(x)}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{|x + 1| + x^2}.$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin^2(x) + 3 \sin(x) \cos(x) + 2 \cos^2(x)} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_{-3}^{+3} \left(\frac{\sqrt[3]{x+3}}{(x-3)^2} \right)^{5\alpha} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Si consideri la funzione $f(x) = \log|x|$ definita sul suo dominio naturale. Determinare una primitiva F tale che $F(1) = 4$ e $F(-1) = 7$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 05/09/2016

MATRICOLA:.....NOME e COGNOME:

Preferirei sostenere la prova orale il: 08/09 09/09

1)(3 punti) Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |\log x| \geq 1\}.$$

2)(4 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \cos \left(\frac{n!n^3 + 2^{n^2+2} \arctan(\log \frac{1}{n})}{2^{n^2}3 - 3^n n^2} \right).$$

3)(6 punti) Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x \log(1 + x - \frac{1}{2}x^2) - x}{\sin(x) \cos(x^2) + \cos(x) \sin(x^2) - \log(1 + x + \frac{3}{2}x^2)}.$$

4)(7 punti) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \log(|x^2 - 3x + 2|).$$

5)(5 punti) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\log(3)} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx.$$

6)(5 punti) Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge il seguente integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x^{3\alpha})}{4x^2 \log(3 - \cos(x^{2\alpha}))} dx.$$

7)(facoltativo, 3 punti) Sia $f \in C^1([1, +\infty), \mathbb{R})$ una funzione strettamente monotona tale che

$$f(1) > 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

Studiare la convergenza del seguente integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{\cos(f(x))f'(x)}{f(x)} dx.$$