Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 21/12/2015

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: . . . .

Preferirei sostenere la prova orale il: □ 07/01 □ 08/01

---

1) *(3 punti)* Dato il seguente insieme A, stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \ : \quad |\sin(x)| > \frac{1}{2} \right\} \qquad = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left(\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi \right)$$

$$Int(A) = A,\ Der(A) = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left[\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi \right],\ Fr(A) = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi \right\},\ \bar{A} = Der(A),$$

$$\inf A = -\infty,\ \min A = \nexists,\ \sup A = +\infty,\ \max A = \nexists$$

A è aperto, non è chiuso, non è limitato, non è compatto.

2) *(4 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{4\log(1+n^n) + n!(n+2)^{n+1} + \cos(5n^2 - n)}{(n+1)!(n+1)^n \arctan(\cosh(-n)) + \sqrt[n]{4n^3 + 3^n}} \qquad = \frac{2e}{\pi}$$

3) *(6 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^x + \cos(x) - x - \sqrt{4 + \frac{2}{3}x^3}}{\log(1+2x) - 2xe^{-x} - \frac{5}{3}\sin(x^3)} \qquad = -\frac{1}{44}$$

4) *(7 punti)* Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{x-4}{3+x}|x|$$

5) *(5 punti)* Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{1}{7}\log(2)} \left(e^{\left(e^{7x}+3x\right)} \right)^7 \, dx \qquad = \frac{170e^{14} - 37e^7}{2401}$$

6) *(5 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_2^{+\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)\tanh(x^\alpha)}{(x^2-4)^\alpha \sqrt[3]{x}} \, dx. \qquad \frac{2}{9} < \alpha < 1$$

7) *(facoltativo, 3 punti)* Studiare la uniforme continuità delle funzioni

$$f(x) = \frac{1}{x}\,, \qquad g(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)\,, \qquad h(x) = x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

sull'intervallo $(0, 1]$.

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 21/12/2015

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: ....

Preferirei sostenere la prova orale il: ☐ 07/01 ☐ 08/01

---

1) *(3 punti)* Dato il seguente insieme A, stabilire se è aperto o chiuso. Inoltre studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, l'esistenza di massimi e minimi, la compattezza.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \ : \quad |\cos(x)| \leq \frac{1}{2} \right\} \qquad = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left[\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi \right]$$

$$Int(A) = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left(\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi \right), \ Der(A) = A, \ Fr(A) = \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi \right\}, \ \bar{A} = A,$$

$$\inf A = -\infty, \ \min A = \nexists, \ \sup A = +\infty, \ \max A = \nexists$$

A non è aperto, è chiuso, non è limitato, non è compatto.

2) *(4 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt[n]{2 + n^n \log(n)} + (n+1)!(n+1)^{n-1} + \sin(7n^3 - 4n)}{n! n^n \arctan(\sinh(-n)) + 5^{n^3+4}} \qquad = 0$$

3) *(6 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{4 - 9x^2} - 2\cos(\frac{3}{2}x + x^2) - 3\sin(x^3)}{x\left(\log(1+3x) + e^{-3x} - 1\right)} \qquad = -\frac{11}{72}$$

4) *(7 punti)* Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{|x|(3-x)}{x+1}$$

5) *(5 punti)* Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{1}{8}\log(2)} \left(e^{\left(e^{8x} + 6x\right)} \right)^4 \, dx \qquad = \frac{25e^8 - 5e^4}{256}$$

6) *(5 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_3^{+\infty} \frac{\sinh\left(\frac{1}{x^\alpha}\right) \arctan(x^\alpha)}{(x^2 - 9)^\alpha \sqrt[4]{x}} \, dx. \qquad \frac{1}{4} < \alpha < 1$$

7) *(facoltativo, 3 punti)* Studiare la uniforme continuità delle funzioni

$$f(x) = \frac{1}{x}, \qquad g(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right), \qquad h(x) = x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

sull'intervallo $(0, 1]$.

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 18/01/2016

MATRICOLA:..........................**NOME e COGNOME**: . . . .

Preferirei sostenere la prova orale il: $\square$ 21/01 $\square$ 22/01

---

1) *(3 punti)* Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \left\{x \in \mathbb{Q} \ : \quad x^4 - 4 \geq 0, \quad 1 \leq x \leq 3\right\} \qquad = \mathbb{Q} \cap [\sqrt{2}, 3]$$

$$Int(A) = \emptyset,\ Der(A) = [\sqrt{2}, 3],\ Fr(A) = [\sqrt{2}, 3],\ \bar{A} = [\sqrt{2}, 3],$$

$$\inf A = \sqrt{2},\ \min A = \nexists,\ \sup A = \max A = 3$$

A non è aperto, non è chiuso, è limitato, non è compatto.

2) *(4 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{23 - 5\sin(7n^4)} \qquad = 1$$

3) *(6 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\displaystyle\int_0^x (e^{t^2} - e^{t^3} - t^2)dt}{\sin(x + x^2) - \sin(x) - x^2} \qquad = \frac{1}{2}$$

4) *(7 punti)* Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \tan^2\left(\frac{\arctan(x)}{2} + \left|\frac{\arctan(x)}{2}\right|\right).$$

5) *(5 punti)* Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{2x\log(3x + 2)}{(x^2 + 1)^2}\, dx \qquad = \frac{\log(\frac{3125}{2}) + 3\pi}{26}$$

6) *(5 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_{\frac{3}{2}\pi}^{2\pi} \frac{x^\alpha(4\pi^2 - x^2)^{2\alpha}}{(\cos(x))^{3\alpha}}\, dx. \qquad -\frac{1}{2} < \alpha < \frac{1}{3}$$

7) *(facoltativo, 3 punti)* Provare per induzione che $(n^2 - 1)$ è divisibile per 8, per ogni numero naturale dispari n.

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 18/01/2016

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: . . . .

Preferirei sostenere la prova orale il: □ 21/01 □ 22/01

---

1) *(3 punti)* Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \left\{x \in \mathbb{Q} \ : \quad x^4 - 4 \leq 0, \quad 1 \leq x \leq 3\right\} \qquad = \mathbb{Q} \cap [1, \sqrt{2}]$$

$$Int(A) = \emptyset,\ Der(A) = [1, \sqrt{2}],\ Fr(A) = [1, \sqrt{2}],\ \bar{A} = [1, \sqrt{2}],$$

$$\inf A = \min A = 1,\ \sup A = \sqrt{2},\ \max A = \nexists$$

A non è aperto, non è chiuso, è limitato, non è compatto.

2) *(4 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{7\cos(5n^3) + 31} \qquad = 1$$

3) *(6 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\displaystyle\int_0^x (t^2 - e^{t^2} + e^{t^3})dt}{\sinh(x + x^2) - \sinh(x) - x^2} \qquad = \frac{1}{2}$$

4) *(7 punti)* Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{1}{e^{\log(x)+|\log(x)|}}.$$

5) *(5 punti)* Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{2\arctan(x)}{(2x+3)^2}\,dx \qquad = \frac{10\log(\frac{25}{18}) + \pi}{130}$$

6) *(5 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_1^e \frac{(\log(x))^{5\alpha}}{x^\alpha(e^2 - x^2)^{4\alpha}}\,dx. \qquad -\frac{1}{5} < \alpha < \frac{1}{4}$$

7) *(facoltativo, 3 punti)* Provare per induzione che $(n^2 - 1)$ è divisibile per 8, per ogni numero naturale dispari n.

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 15/02/2016

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: ....

Preferirei sostenere la prova orale il: ☐ 18/02 ☐ 19/02

---

1) *(3 punti)* Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \left\{ x, y \in \mathbb{R} \ : \quad x = \frac{1}{n^2}, \quad y = \frac{n-1}{n}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n > 0 \right\}.$$

$$Int(A) = \emptyset, \ Der(A) = \{0, 1\}, \ Fr(A) = A, \ \bar{A} = A,$$

$$\inf A = \min A = 0, \ \sup A = \max A = 1$$

A non è aperto, è chiuso, è limitato, è compatto.

2) *(4 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n(3n)!}{(n!)^3} \qquad = +\infty$$

3) *(6 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\log(1 + x - 4x^2) - \cos(3x) - \sin(x + x^3) + 1}{\cos(2x + 3x^2) - \cos(4x) + \sinh(x - 6x^2 + x^3) - x} \qquad = -\frac{21}{29}$$

4) *(7 punti)* Studiare la seguente funzione

$$f(x) = x^2 + 5x - 11 - |x^2 + x - 6|.$$

5) *(5 punti)* Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-1}^{1} (x^4 + x) \sinh(x) \, dx \qquad = \frac{2}{e}$$

6) *(5 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_{3}^{+\infty} \frac{(x-3)^{|\alpha|-5}}{e^{|\alpha| x}} \, dx. \qquad \alpha < -4, \ \alpha > 4$$

7) *(facoltativo, 3 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n} \left[\left(\frac{1}{n}\right)^9 + \left(\frac{2}{n}\right)^9 + \left(\frac{3}{n}\right)^9 + \ldots + \left(\frac{n}{n}\right)^9 \right].$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 15/02/2016

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: ....

Preferirei sostenere la prova orale il: ☐ 18/02 ☐ 19/02

---

1) *(3 punti)* Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \left\{ x, y \in \mathbb{R} \ : \quad x = \frac{n^2+1}{n^2}, \quad y = \frac{1}{n}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n > 0 \right\}.$$

$$Int(A) = \emptyset, \ Der(A) = \{0,1\}, \ Fr(A) = A \cup \{0\}, \ \bar{A} = A \cup \{0\},$$

$$\inf A = 0, \ \min A = \nexists, \ \sup A = \max A = 2$$

A non è aperto, non è chiuso, è limitato, non è compatto.

2) *(4 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n^2 (n!)^2}{(2n)!} \qquad = 0$$

3) *(6 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{2\cos(x + x^2) - 2\cos(2x) + \sinh(x - 3x^2 + 2x^3) - x}{\log(1 + 2x - 6x^2) - \cos(4x) - 2\sin(x + 3x^3) + 1} \qquad = \frac{1}{54}$$

4) *(7 punti)* Studiare la seguente funzione

$$f(x) = x^2 + 3x - 23 + |x^2 - x - 20|.$$

5) *(5 punti)* Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-1}^{1} (x^3 - x^2) \cosh(x) \, dx \qquad = \frac{5 - e^2}{e}$$

6) *(5 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_{2}^{+\infty} \frac{e^{-|\alpha| x}}{(x-2)^{3-|\alpha|}} \, dx. \qquad \alpha < -2, \ \alpha > 2$$

7) *(facoltativo, 3 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n} \left[\left(\frac{1}{n}\right)^9 + \left(\frac{2}{n}\right)^9 + \left(\frac{3}{n}\right)^9 + \ldots + \left(\frac{n}{n}\right)^9 \right].$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 20/06/2016

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: ....

Preferirei sostenere la prova orale il: ☐ 23/06 ☐ 24/06

---

1) *(3 punti)* Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \{y \in \mathbb{R} \ : \quad y = \left|e^{-x} - 1\right|, \quad x \in \mathbb{R}\} \qquad = [0, +\infty)$$

$$Int(A) = (0, +\infty), \ Der(A) = [0, +\infty), \ Fr(A) = \{0\}, \ \bar{A} = [0, +\infty),$$
$$\inf A = \min A = 0, \ \sup A = +\infty, \ \max A = \nexists$$

A non è aperto, è chiuso, non è limitato, non è compatto.

2) *(4 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n^n \sin((n + \frac{1}{2})\pi)}{(2n)!} \qquad = 0$$

3) *(6 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\log\left(1 + \sin\left(x + \frac{1}{2}x^2\right)\right) - x}{4\cosh\left(x + 2x^2\right) + \cos\left(2x + x^2\right) - 5} \qquad = -\frac{1}{18}$$

4) *(7 punti)* Studiare la seguente funzione

$$f(x) = |x(x + 1)|(x - 1).$$

5) *(5 punti)* Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x^3}{1 + x^{12}} \, dx \qquad = \frac{1}{12}\left(\log(2) + \frac{\pi}{\sqrt{3}}\right)$$

6) *(5 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge il seguente integrale

$$\int_2^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{x - 2} \sin\left(\frac{1}{x^{2\alpha}}\right)}{\arctan(x - 2)} \, dx. \qquad \alpha > \frac{2}{3}$$

7) *(facoltativo, 3 punti)* Sia $\Gamma : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la funzione (di Eulero) definita da

$$\Gamma(t) = \int_0^{+\infty} x^{t-1} e^{-x} \, dx.$$

Dimostrare che l'integrale è convergente e quindi la funzione è ben definita. Inoltre provare che vale la seguente formula:

$$\Gamma(t + 1) = t\Gamma(t), \qquad \forall t \in (0, +\infty).$$

Infine calcolare $\Gamma(n + 1)$, con $n \in \mathbb{N}$.

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 20/06/2016

MATRICOLA:...........................**NOME e COGNOME:** . . . .

Preferirei sostenere la prova orale il: ☐ 23/06 ☐ 24/06

---

1) *(3 punti)* Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \left\{ y \in \mathbb{R} \;:\; y = \left| \frac{\pi}{4} + \arctan(x) \right|, \quad x \in \mathbb{R} \right\} \qquad = [0, \frac{3}{4}\pi)$$

$$Int(A) = (0, \frac{3}{4}\pi),\ Der(A) = [0, \frac{3}{4}\pi],\ Fr(A) = \{0, \frac{3}{4}\pi\},\ \bar{A} = [0, \frac{3}{4}\pi],$$

$$\inf A = \min A = 0,\ \sup A = \frac{3}{4}\pi,\ \max A = \nexists$$

A non è aperto, non è chiuso, è limitato, non è compatto.

2) *(4 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{3^{(n^2)}\cos(n\pi)} \qquad = 0$$

3) *(6 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{10 - 9\cos(x + x^2) - \cosh(3x + x^2)}{\log\left(1 + \sin(x + \frac{1}{2}x^2)\right) - x} \qquad = -18$$

4) *(7 punti)* Studiare la seguente funzione

$$f(x) = |x(x-2)|(x+2).$$

5) *(5 punti)* Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^2 \frac{x^2}{1+x^9}\,dx \qquad = \frac{1}{\sqrt{27}}\arctan(5\sqrt{3}) - \frac{1}{18}\log(57) + \frac{1}{9}\log(9) - \frac{1}{54}(6\log(2) + \sqrt{3}\pi)$$

6) *(5 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge il seguente integrale

$$\int_3^{+\infty} \frac{\sqrt[5]{x-3}\,\sin\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)}{\arctan(x-3)}\,dx. \qquad \alpha > \frac{6}{5}$$

7) *(facoltativo, 3 punti)* Sia $\Gamma : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la funzione (di Eulero) definita da

$$\Gamma(t) = \int_0^{+\infty} x^{t-1}e^{-x}\,dx.$$

Dimostrare che l'integrale è convergente e quindi la funzione è ben definita. Inoltre provare che vale la seguente formula:

$$\Gamma(t+1) = t\Gamma(t), \qquad \forall t \in (0, +\infty).$$

Infine calcolare $\Gamma(n+1)$, con $n \in \mathbb{N}$.

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 18/07/2016

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: ....

Preferirei sostenere la prova orale il: ☐ 21/07 ☐ 22/07

---

1) *(3 punti)* Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \ : \quad x = \frac{\cos(\pi n)}{n^2} - 1, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n > 0 \right\}.$$

$$Int(A) = \emptyset, \ Der(A) = \{-1\}, \ Fr(A) = A \cup \{-1\}, \ \bar{A} = A \cup \{-1\},$$

$$\inf A = \min A = -2, \ \sup A = \max A = -\frac{3}{4}$$

A non è aperto, non è chiuso, è limitato, non è compatto.

2) *(4 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\arctan(2n^3 + \sin(3n^2))}{\log(4 - \cos(5\pi n^2))} \qquad = \nexists$$

3) *(6 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sin(x)\cos(x) - \log\left(1 + x + \frac{1}{2}x^2\right)}{e^{(2\sin(x) - 4x^2)} - \cos(2x) - 2x} \qquad = \frac{1}{14}$$

4) *(7 punti)* Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 - |x - 1|}.$$

5) *(5 punti)* Calcolare il seguente integrale

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin^2(x) + 2\sin(x)\cos(x) + 2\cos^2(x)} \, dx \qquad = \arctan\left(\sqrt{3} + 1\right) - \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 1\right)$$

6) *(5 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_{-1}^{+1} \left(\frac{(x-1)^4}{\sqrt[2]{x+1}} \right)^{3\alpha} dx. \qquad -\frac{1}{12} < \alpha < \frac{2}{3}$$

7) *(facoltativo, 3 punti)* Si consideri la funzione $f(x) = \log|x|$ definita sul suo dominio naturale. Determinare una primitiva F tale che $F(1) = 4$ e $F(-1) = 7$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 18/07/2016

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: . . . .

Preferirei sostenere la prova orale il: □ 21/07 □ 22/07

---

1) *(3 punti)* Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \ : \quad x = 2 + \frac{\cos(\pi n)}{n^3}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n > 0 \right\}.$$

$$Int(A) = \emptyset, \ Der(A) = \{2\}, \ Fr(A) = A \cup \{2\}, \ \bar{A} = A \cup \{2\},$$

$$\inf A = \min A = 1, \ \sup A = \max A = \frac{17}{8}$$

A non è aperto, non è chiuso, è limitato, non è compatto.

2) *(4 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\log(7 + \sin(3\pi n^2))}{\arctan(\cos(2n^5) - 4n^2)} \qquad = -\frac{2\log 7}{\pi}$$

3) *(6 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x + \cos(3x) - e^{(\sin(x) - 5x^2)}}{\log(1 + 2x + 2x^2) - \sin(2x)\cos(x)} \qquad = 5$$

4) *(7 punti)* Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{|x+1| + x^2}.$$

5) *(5 punti)* Calcolare il seguente integrale

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin^2(x) + 3\sin(x)\cos(x) + 2\cos^2(x)}\, dx \qquad = \log(11) + \log\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+5}\right)$$

6) *(5 punti)* Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge il seguente integrale

$$\int_{-3}^{+3} \left(\frac{\sqrt[3]{x+3}}{(x-3)^2} \right)^{5\alpha} dx. \qquad -\frac{3}{5} < \alpha < \frac{1}{10}$$

7) *(facoltativo, 3 punti)* Si consideri la funzione $f(x) = \log|x|$ definita sul suo dominio naturale. Determinare una primitiva F tale che $F(1) = 4$ e $F(-1) = 7$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A, Ingegneria Energetica, 05/09/2016

MATRICOLA:............................**NOME e COGNOME**: . . . .

Preferirei sostenere la prova orale il: ☐ 08/09 ☐ 09/09

---

1) *(3 punti)* Dato il seguente insieme $A \subseteq \mathbb{R}$, studiare: l'interno, il derivato, la frontiera, la chiusura, la limitatezza, gli estremi superiori e inferiori, massimi e minimi. Inoltre stabilire se è aperto, chiuso, compatto.

$$A = \{x \in \mathbb{R} \ : \quad |\log x| \geq 1\} \qquad = (0, \frac{1}{e}] \cup [e, +\infty)$$

$$Int(A) = (0, \frac{1}{e}) \cup (e, +\infty),\ Der(A) = [0, \frac{1}{e}] \cup [e, +\infty),\ Fr(A) = \{0, \frac{1}{e}, e\},\ \bar{A} = [0, \frac{1}{e}] \cup [e, +\infty),$$

$$\inf A = 0,\ \min A = \nexists,\ \sup A = +\infty,\ \max A = \nexists$$

A non è aperto, non è chiuso, non è limitato, non è compatto.

2) *(4 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \cos\left(\frac{n!n^3 + 2^{n^2+2}\arctan(\log\frac{1}{n})}{2^{n^2}3 - 3^n n^2}\right) \qquad = -\frac{1}{2}$$

3) *(6 punti)* Studiare il seguente limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{e^x \log\left(1 + x - \frac{1}{2}x^2\right) - x}{\sin(x)\cos(x^2) + \cos(x)\sin(x^2) - \log\left(1 + x + \frac{3}{2}x^2\right)} \qquad = \frac{1}{3}$$

4) *(7 punti)* Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \log(|x^2 - 3x + 2|).$$

5) *(5 punti)* Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\log(3)} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\, dx \qquad = \log\left(\frac{5}{3}\right)$$

6) *(5 punti)* Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 0$ converge il seguente integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x^{3\alpha})}{4x^2\log(3 - \cos(x^{2\alpha}))}\, dx. \qquad \alpha > \frac{1}{3}$$

7) *(facoltativo, 3 punti)* Sia $f \in C^1([1, +\infty), \mathbb{R})$ una funzione strettamente monotona tale che

$$f(1) > 0, \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty.$$

Studiare la convergenza del seguente integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{\cos(f(x))f'(x)}{f(x)}\, dx.$$