DETERMINANTE

$\det \left| (a) \right| = a$

$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$

Regola di Sarrus

$\det \left(\begin{array}{ccc|cc} a_1 & a_2 & a_3 & a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_1 & c_2 \end{array}\right) = \ldots\ldots$

$\det \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & b_2 & b_3 \\ 0 & 0 & c_3 \end{pmatrix} = a_1 b_2 c_3$

Regole del determinante

- se si scambiano 2 righe (o due colonne) il det. cambia di segno
- se la matrice ha una riga (colonna) nulla allora il det $= 0$
- se la matrice ha 2 righe (colonne) uguali tra loro allora det $= 0$
- Se si somma una riga con un multiplo di un'altra riga il det non cambia (stessa cosa per le colonne)
- se si moltiplica una riga per k allora diventa $k \cdot \det(A)$

  NB $\det(kA) = k^n \det(A)$
- $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$
- $\det A \neq 0 \iff A$ è invertibile (cioè A ammette inversa A^{-1})

Esempi

$$\det\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = (1)(-1) - (2)(-4) = -1 + 8 = 7$$

$$\det\left(\begin{array}{ccc} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -4 \end{array}\right)\begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= (1)(-1)(-4) + (-1)(1)(-2) + (2)(3)(1) \\ &\quad - (-2)(-1)(2) - (1)(1)(1) - (-4)(3)(-1) \\ &= \cancel{+4} \cancel{+2} \cancel{+6} - 4 - 1 - \cancel{12} = -5 \end{aligned}$$