Per ciascuna delle seguenti disuguaglianze, si stabilisca se sono vere per ogni $x \in \mathbb{R}$ "sufficientemente grande", cioè se esiste $M \in \mathbb{R}$ tale che la disuguaglianza sia vera per ogni $x \geq M$.

① $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \frac{1}{x^2+8}$

② $x^{50} + 8x - 2^x \geq 0$

③ $\frac{x^{30} + 12x^{29} + 7}{x^{41} - 258x^{40}} \leq 1$

④ $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2} \leq 40x^5 + 27x^4 + 5x + 8$

Si calcolino i seguenti limiti

L1) $\lim_{x \to +\infty} -7x^3 + 8x - 9$

L2) $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^5 + 9x - 7}{3x^3 + 4x + 1}$

L3) $\lim_{x \to 0^-} \frac{-x^2 + 3x + 1}{x^2 - 7x}$

L4) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-2x^3+5x-8}{x^3+x^2}$

L5) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^5-7x+10}{x^4+8x^2-1}$

L6) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2-x+1}{3x^2+2x+7}$

L7) $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x^2-x+1}{x+3}$

Si calcolino i seguenti limiti

Limiti poli

L1) • $\lim_{x\to+\infty} -7x^3+8x-9 = \lim_{x\to+\infty} -7x^3 = -7(+\infty)^3 = -7(+\infty) = -\infty$

L2) • $\lim_{x\to-\infty} \frac{x^5+9x-7}{3x^3+4x+1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^{\cancel{5}\,2}}{3\cancel{x^3}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2}{3} = \frac{(-\infty)^2}{3} = +\infty$

L4) • $\lim_{x\to+\infty} \frac{-2x^3+5x-8}{x^3+x^2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{-2\cancel{x^3}}{\cancel{x^3}} = -2$

L5) • $\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2-x+1}{3x^2+2x+7} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\cancel{x^2}}{3\cancel{x^2}} = \frac{1}{3}$

L3) • $\lim_{x\to 0^-} \frac{-x^2+3x+1}{x^2-7x} = \left[\frac{1}{0^+}\right] = +\infty$

$-0,1$ $\quad \underbrace{(-0,1)^2}_{+} \underbrace{-7(-0,1)}_{+}$

L7) • $\lim_{x\to 0^+} \frac{x^2-x+1}{x+3} = \frac{1}{3}$