MATRICI

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{m,n} \end{bmatrix} = (a_{ij})$$

m righe
n colonne
$m \times n$

i indice di riga $\quad i = 1 \dots m$
j indice di colonna $\quad j = 1 \dots n$

$$\underset{1 \times n}{B} = [a_{11}, \dots, a_{1n}] = (a_{1j}) \quad \text{vettore riga}$$

$$\underset{m \times 1}{C} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} = (a_{i1}) \quad \text{vettore colonna}$$

Matrice quadrata di tipo $m \times m$ (di ordine m)
(numero di righe = numero di colonne)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & & \\ a_{m1} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix}$$

Matrice diagonale di ordine m (è una matrice quadrata $m \times m$)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ & & & & \vdots \\ & & & & 0 \\ 0 & \dots & & & a_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & & 0 \\ & a_{22} & \\ 0 & & a_{mm} \end{bmatrix} = (a_{ij})$$

con $a_{ij} = 0$ se $i \neq j$

Matrice identità di ordine m (è una matrice quadrata $m \times m$)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & 1 & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix} = (a_{ij}) \quad \text{con } \begin{array}{ll} a_{ij} = 1 & \text{se } i = j \\ a_{ij} = 0 & \text{se } i \neq j \end{array}$$

Matrice nulla quadrata o rettangolare

$$A = (a_{ij}) \quad \text{con } a_{ij} = 0 \quad \forall i, j$$

Esempi

matrice rettangolare 3×2 $\qquad A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

vettore riga 1×4 $\qquad A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

vettore colonna 1×4 $\qquad A = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

Matrice quadrata di ordine 3 $(\Rightarrow 3\times 3)$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrice identità di ordine 3

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrice diagonale di ordine 3

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Matrice nulle

$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$ quadrata di ordine 1

$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ " " 2

$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ " " 3

$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ " " 2×3

OPERAZIONI TRA MATRICI

SOMMA è definita solo tra matrici dello stesso tipo $m \times n$ e il risultato è una matrice $m \times n$

$$\underset{m\times n}{A} + \underset{m\times n}{B} = \underset{m\times n}{C}$$

$$(a_{ij}) + (b_{ij}) = (c_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij})$$

Proprietà

$A+B = B+A$

$(A+B)+C = A+(B+C)$

ES 1

$$\underset{2\times 3}{\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}} + \underset{2\times 3}{\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ES 2

$$\underset{2\times 3}{\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}} + \underset{2\times 2}{\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}} =$$

STOP somma non definita perché non sono dello stesso tipo

MOLTIPLICAZIONE DI UNA MATRICE PER UNO SCALARE

$$\underset{\substack{\text{scalare} \times \text{matrice} \\ m\times n}}{\lambda \cdot A} = \underset{\substack{\text{matrice} \times \text{scalare} \\ m\times n}}{A \cdot \lambda} = (\lambda \cdot a_{ij}) = (a_{ij} \cdot \lambda)$$

il risultato è una matrice $m \times n$ (stesso tipo di A $m\times n$) i cui elementi sono stati moltiplicati per il valore (scalare) λ

ES $\lambda = -3$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda \cdot A = -3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -3 & 0 \\ +3 & -9 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot \lambda = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot (-3) = \begin{bmatrix} -6 & -3 & 0 \\ +3 & -9 & -3 \end{bmatrix}$$

ES $\lambda = -3$ $\quad A = [2 \ -1, \ 0] \Rightarrow \lambda \cdot A = -3\,[2 \ -1, \ 0]$
$= [-6 \ +4 \ 0]$

$\lambda = -3$ $\quad A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \lambda \cdot A = -3 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

PRODOTTO TRA DUE MATRICI $\quad A \cdot B$

è definito solo se il numero di colonne di A è uguale al numero di righe di B e il risultato è la matrice C con lo stesso numero di righe di A e di colonne di B

$$\underset{m \times p}{A} \cdot \underset{p \times n}{B} = \underset{m \times n}{C}$$

$p = p$

m: righe di A

n: colonne di B

(PRODOTTO RIGHE PER COLONNE)

ES 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

prodotto non definito

$2 \times 3 \neq 2 \times 2$

ES 2

prodotto definito

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$2 \times 3 \quad = \quad 3 \times 4 \qquad 2 \times 4$

prodotto non definito

fisso una riga e la moltiplico per una colonna e cambio le colonne

poi passo alla riga successiva

ES 3 Situazioni particolari

- vettore riga per vettore colonna

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \end{bmatrix}$$

$1 \times 3 \quad \underset{ok}{=} \quad 3 \times 1 \qquad 1 \times 1$

- vettore riga per matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$1 \times 3 \quad \underset{ok}{=} \quad 3 \times 2 \qquad 1 \times 2$

riga

- vettore colonna per vettore riga

(FARE MOLTA ATTENZIONE)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$3 \times 1 \quad 1 \times 3$ ($1 = 1$)

3×3 matrice

- matrice per vettore colonna

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$3 \times 2 \quad 2 \times 1$ ($2 = 2$)

3×1 colonna

Proprietà delle somme

$A + \underline{O} = \underline{O} + A = A$ — NB $\underline{O}$ è la matrice nulla

$A + (-A) = \underline{O}$ — $-A = -1(A)$

$(A+B)+C = A+(B+C)$ — prop. associativa

$A+B = B+C$ — prop. commutativa

Proprietà del prodotto con uno scalare

$1 \cdot A = A$

$(ab) \cdot A = a(b \cdot A)$

$a(A+B) = aA + aB$

Proprietà del prodotto tra matrici

$(A \cdot B)C = A(B \cdot C)$ — prop. associativa

$(A+B)C = AC + BC$ — prop. distributiva

$C(A+B) = CA + CB$ — prop. distributiva

$[AB \neq BA]$ prop. commutativa non è garantita

__NB__

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

la proprietà commutativa del prodotto tra matrici __non__ vale

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AB \neq BA$$

MATRICE TRASPOSTA DA $\underset{m \times n}{A}$ è $\underset{n \times m}{A'}$ in cui si "scambiano le righe con le colonne"

si può usare anche il simbolo A^T

__ES__ $\underset{2\times 3}{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

da cui $\underset{3\times 2}{A'} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

__ES__ $\underset{1\times 3}{B} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \underset{3\times 1}{B'} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$

__ES__ $\underset{3\times 1}{C} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \underset{1\times 3}{C'} = \begin{bmatrix} 6 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

B5 Date le matrici $A = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$,

calcolare, se possibili, AB' e $B'B$, ove B' indica la trasposta di B (simulazione esame prof. Morigi)

<u>Soluzione</u>

$$\underset{3\times 3}{A} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \underset{3\times 2}{B} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad \underset{2\times 3}{B'} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

- $A \cdot B'$

$3\times 3 \cdot 2 \times 3$

$\neq$ quindi il prodotto non è possibile

- $B' \cdot B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \underset{2\times 2}{=} \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & -8 \end{pmatrix}$

$2\times 3 \quad 3\times 2$

$=$ quindi il prodotto è ben definito e si può calcolare

Per allenarsi:

$A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \underset{3\times 2}{=} \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 7 & -12 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$

$3\times 3 \quad 3\times 2$

$=$ il prodotto è ben definito

$B' \cdot A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \underset{2\times 3}{=} \begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 2 & -6 & -14 \end{pmatrix}$

$2\times 3 \cdot 3\times 3$

$=$ il prodotto è ben definito

$B \cdot A$

$3\times 2 \cdot 3\times 3$

$\neq$ il prodotto non è ben definito, non si può calcolarlo

$A' = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

$A' \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \underset{3\times 3}{=} \begin{pmatrix} 4 & -6 & -10 \\ -6 & 11 & 17 \\ -10 & 17 & 35 \end{pmatrix}$

$3\times 3 \quad 3\times 3$

$=$ prodotto ben definito

$a_{22} = 1+9+1 = 11$

$a_{23} = -1+15+3 = 17$

$a_{32} = -1+15+3 = 17$

$a_{33} = 1+25+9 = 35$

$A' \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \underset{3\times 2}{=} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 5 & 6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

$3\times 3 \cdot 3\times 2$

$=$ prodotto ben definito

B5 Date le matrici $\underset{2\times 3}{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix}$; $\underset{2\times 3}{B} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$; $\underset{2\times 2}{C} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

valutare, se possibile, $A+B$; $A+C$; $A-B$; $3A-B$; AB ; AC ; CA

<u>Soluzione</u> [es 6 del file prof. Achilles 09.10.2013]

- $A+B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & 5 \end{bmatrix}$

  $(2\times 3) + (2\times 3)$
  ok è possibile

  $A+C$ = STOP non è definito!
  $(2\times 3) + (2\times 2)$ non è possibile perché devono essere matrici dello stesso tipo

- $A-B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 1 \\ -5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

- $3A-B = 3\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -6 & 3 \\ 0 & 15 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} =$

  $= \begin{bmatrix} 11 & -8 & 3 \\ -5 & 14 & 13 \end{bmatrix}$

  ok perché sono matrici dello stesso tipo

- $A \cdot B$ = STOP
  $2\times 3 \cdot 2\times 3$
  $\neq$ non è ben definito

- $A \cdot C$ = STOP
  $2\times 3 \quad 2\times 2$
  $\neq$ non è ben definito

- $C \cdot A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix} = \underset{2\times 3}{\begin{bmatrix} 6 & -4 & 2 \\ 3 & 13 & 13 \end{bmatrix}}$

  $2\times 2 \cdot 2\times 3$
  $=$ ok è ben definito

Per allenarsi: $\underset{3\times 2}{A'} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ $\underset{3\times 2}{B'} = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\underset{2\times 2}{C'} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

- $B \cdot A' = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \underset{2\times 2}{=} \begin{bmatrix} -10 & 10 \\ 14 & 6 \end{bmatrix}$

  $2\times 3 \quad 3\times 2$
  $=$ ok

- $B'' C' = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \underset{3\times 2}{=} \begin{bmatrix} -4 & 13 \\ 4 & 5 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

  $3\times 2 \quad 2\times 2$
  $=$ ok

ES (n7 foglio Achilles 09.10.2013)

Date le matrici $\underset{2\times3}{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix}$, $\underset{3\times3}{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}$

e i vettori $\underset{3\times1}{\underline{v}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\underset{1\times3}{\underline{w}} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

Calcolare AB, Av, Bv, vw, wv

Soluzione

$$\underset{2\times(3)\cdot(3)\times3}{A\cdot B} = \underset{2\times3}{\begin{bmatrix} 9 & 18 & 37 \\ 6 & 12 & 28 \end{bmatrix}}$$

= Ok

$$\underset{2\times3 \quad 3\times1}{A\cdot v} = \underset{2\times1}{\begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix}}$$

Ok

$$\underset{3\times3 \quad 3\times1}{B\,v} = \underset{3\times1}{\begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ -6 \end{bmatrix}}$$

= Ok

$$\underset{3\times1 \quad 1\times3}{vw} = \underset{3\times3}{\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -6 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}$$

= Ok

$$\underset{1\times3 \quad 3\times1}{w\cdot v} = \underset{1\times1}{\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}}$$

= OK

B) Calcolare le seguenti operazioni tra matrici, quando è possibile, altrimenti spiegarne l'impossibilità.

Date le matrici:

$$\underset{2\times 2}{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \underset{3\times 2}{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \underset{2\times 1}{V} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \underset{3\times 1}{W} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Calcolare:

1) $2A - I$ $\qquad$ $I - 2A$
2) $2IW$ $\qquad$ $2IW^T$
3) $2AI$ $\qquad$ $2IA$
4) $2BI$ $\qquad$ $2IB$
5) $2B^TI$ $\qquad$ $2IB^T$
6) A^2 $\qquad$ B^2 $\qquad$ V^2
7) $3A^T - A$ $\qquad$ $B^T + A$
8) B^TA $\qquad$ AB^T
9) V^TA $\qquad$ AV^T
10) $5WW^T - W^T$ $\qquad$ $W^T \cdot B$ $\qquad$ W^TAW
11) WV^T $\qquad$ VW^T
12) V^TAV $\qquad$ VA^TV^T
13) $B - 2B^T$ $\qquad$ $V - 8V^T$
14) $W^TW + V^TV$ $\qquad$ V^TB^TW

Solution :

1.a $\underbrace{2A}_{2\times 2} - \underset{2\times 2}{I} = 2\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 1 & 0\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-2 & 4\\ 2 & 0\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1 & 4\\ 2 & 1\end{bmatrix}$

2.a $2\underset{3\times 3}{I}\underset{3\times 1}{W} = 2\underset{3\times 3}{\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}}\underset{3\times 1}{\begin{bmatrix}-2\\ -1\\ 0\end{bmatrix}} = 2\cdot\underset{3\times 1}{\begin{bmatrix}-2\\ -1\\ 0\end{bmatrix}} = \begin{bmatrix}-4\\ -2\\ 0\end{bmatrix}$

NB
$2IW = 2W$

2.b $\underset{1\times 3}{W^T} = \begin{bmatrix}-2 & -1 & 0\end{bmatrix}$

$2\underset{1\times 1}{I}\underset{1\times 3}{W^T} = 2\underset{1\times 1}{\begin{bmatrix}1\end{bmatrix}}\underset{1\times 3}{\begin{bmatrix}-2 & -1 & 0\end{bmatrix}} = 2\underset{1\times 3}{\begin{bmatrix}-2 & -1 & 0\end{bmatrix}} = \begin{bmatrix}-4 & -2 & 0\end{bmatrix}$

4.a $2\underset{3\times 2}{B}\underset{2\times 2}{I} = 2\underset{3\times 2}{\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}}\underset{2\times 2}{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}} = 2\underset{3\times 2}{\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}} = \begin{pmatrix}0 & 2\\ -2 & 0\\ 2 & 4\end{pmatrix}$

NB
$2BI = 2B$

4.b $2\underset{3\times 3}{I}\underset{3\times 2}{B} = 2\underset{3\times 3}{\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}}\underset{3\times 2}{\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}} = 2\underset{3\times 2}{\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}} = \begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\\ 2 & 4\end{pmatrix}$

NB
$2IB = 2B$