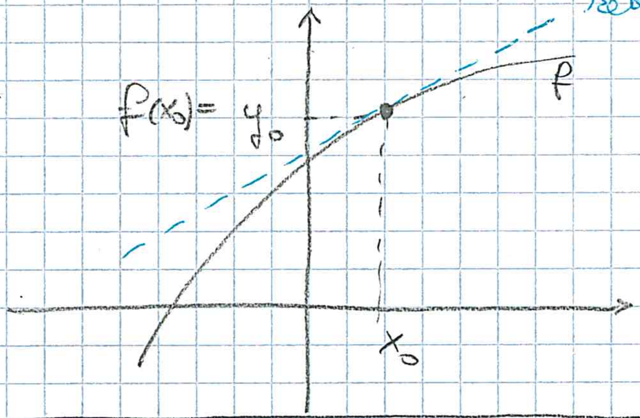
## Trovare la retta tangente al grafico di una funzione nel punto $x_0$




retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, y_0)$

$$y - \underbrace{y_0}_{f(x_0)} = \underbrace{f'(x_0)}_{\text{pendenza della retta tangente in } x_0} \cdot (x - x_0)$$

---

Quindi per trovare la retta tangente in $x_0$ si calcola

- $y_0 = f(x_0) = \ldots$
- la derivata $f'(x)$
- $f'(x_0) = \ldots$

e si sostituiscono i valori trovati nella formula

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

---

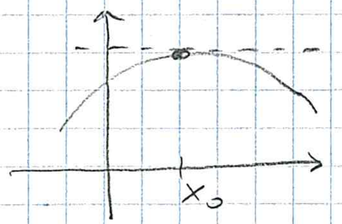
Per trovare la pendenza della retta tangente in $x_0$, (non serve calcolare l'equazione della retta tangente) basta calcolare $f'(x_0)$ cioè

- calcolo $f'(x)$
- calcolo $\underbrace{f'(x_0)}_{\text{pendenza}}$

NB

I punti derivabili $x_0$ a derivata nulla (cioè $f'(x_0)=0$) sono punti in cui la retta tangente ha pendenza uguale a zero cioè sono i punti la cui tangente al grafico è orizzontale

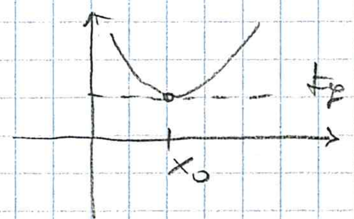
Quindi i punti a derivata nulla sono i punti con tg orizzontale
($f'(x_0)=0$)




tg orizzontale

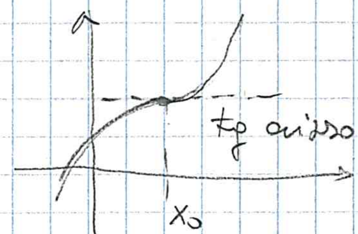
$x_0$ punto di max relativo

$x_0$ punto di min relativo



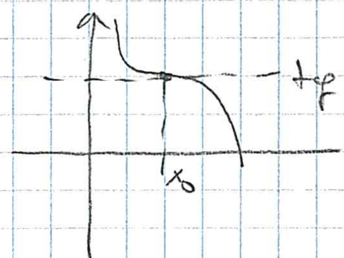

tg orizzontale

$x_0$ punto di flesso a tg orizzontale ascendente




tg orizzontale

$x_0$ punto di flesso a tg orizzontale discendente




tg orizzontale

0 Trovare la retta tangente al grafico della funzione

$f(x) = \frac{\sqrt[5]{x^3}}{2} - 2x$ nel punto $x_0 = -1$

$\rightarrow f(x) = \frac{1}{2} x^{\frac{3}{5}} - 2x$

Soluzione

$y_0 = f(x_0) = f(-1) = \frac{\sqrt[5]{(-1)^3}}{2} - 2(-1) = \frac{-1}{2} + 2 = \frac{3}{2}$

$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} x^{\frac{3}{5}-1} - 2 = \frac{3}{10} x^{-\frac{2}{5}} - 2 =$

$= \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{x^2}} - 2$

$f'(x_0) = f'(-1) = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{\underbrace{\sqrt[5]{(-1)^2}}_{+1}} - 2 = \frac{3}{10} - 2 = \frac{-17}{10}$

$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$

$y - \frac{3}{2} = -\frac{17}{10} (x - (-1))$

$y - \frac{3}{2} = -\frac{17}{10} (x + 1)$

$y = -\frac{17}{10} x - \frac{17}{10} + \frac{3}{2}$

$y = \frac{-17}{10} x - \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{10}_{5}}$

$y = \frac{-17}{10} x - \frac{1}{5}$

## Esercizio [Esame]

La retta tangente al grafico di $f(x) = x^2 - 8\sqrt{x}$ in $x_0 = 16$ ha pendenza

I) 16

II) -8

III) 8

IV) 31

V) 30

### Soluzione

La pendenza della retta tangente è $f'(x_0)$

Quindi

$x_0 = 16$

$$f'(x) = 2x - \overset{4}{\cancel{8}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x}} = 2x - \frac{4}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x_0) = f'(16) = 2 \cdot 16 - \frac{4}{\sqrt{16}} = 32 - \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\cancel{4}} = 32 - 1 = 31$$

Quindi la risposta è la IV

ESERCIZIO

Calcolare la retta tangente alla funzione $f(x) = x e^x$ nel punto $x_0 = 1$

Soluzione

$x_0 = 1$

$y_0 = f(x_0) = f(1) = 1 \cdot e^1 = e \implies y_0 = e$

$$f'(x) = \underbrace{1}_{f'} \cdot \underbrace{e^x}_{g} + \underbrace{x}_{f} \cdot \underbrace{e^x}_{g'} = e^x + x e^x = e^x(1+x)$$

$f'(x_0) = f'(1) = e^1(1+1) = 2 \cdot e$

Quindi la retta tangente in $x_0 = 1$ è

$$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

$y - e = 2e(x-1)$ da cui $y = 2ex - 2e + e$

$y = 2ex - e$

Esercizio [Esame]

Considerata la funzione $f(x) = x(\ln x - 1)$

scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $f$

nel suo punto di intersezione di $f$ con la retta $y=0$ (asse x)

Soluzione Dominio $D: x > 0$

Cerco l'intersezione di $f$ con la retta $y=0$

$$\begin{cases} y = x(\ln x - 1) \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{x}_{=0}\underbrace{(\ln x - 1)}_{=0} = 0$$

$x = 0$ non accettabile per il dominio !!

$\ln x - 1 = 0$

$\ln x = 1$

uso la definizione di logaritmo

$e^1 = x \Rightarrow \boxed{x = e}$ accettabile per il dominio

Quindi

$x_0 = e$

$$y_0 = f(x_0) = f(e) = e(\underbrace{\ln e}_{1} - 1) = e\underbrace{(1-1)}_{=0} = 0$$

$$f'(x) = 1 \cdot (\ln x - 1) + \overbrace{\cancel{x} \cdot \frac{1}{\cancel{x}}}^{1} = \ln x - \cancel{1} + \cancel{1} = \ln x$$

$f'(e) = \ln e = 1$

quindi la retta tangente in $x_0 = e$ è

$$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

$$y - 0 = 1 \cdot (x - e)$$

$$y = x - e$$

Esercizio [Esame] [derivata composta]

Trovare la retta tangente al grafico della funzione

$f(x) = (x-2)\sqrt{x-1}$ nel punto $x_0 = 2$

Soluzione Dominio $D: x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$

$x_0 = 2$

$y_0 = f(x_0) = f(2) = \underbrace{(2-2)}_{=0}\sqrt{2-1} = 0$

$f'(x) = 1 \cdot \sqrt{x-1} + (x-2) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \cdot 1 = \sqrt{x-1} + \frac{x-2}{2\sqrt{x-1}} =$

$= \frac{\sqrt{x-1} \cdot 2 \cdot \sqrt{x-1} + x - 2}{2\sqrt{x-1}} = \frac{2(\sqrt{x-1})^2 + x - 2}{2\sqrt{x-1}}$

$= \frac{2x - 2 + x - 2}{2\sqrt{x-1}} = \frac{3x-4}{2\sqrt{x-1}}$

$f'(x_0) = f'(2) = \frac{3 \cdot 2 - 4}{2\sqrt{2-1}} = \frac{6-4}{2\sqrt{1}} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} = 1$

Quindi la retta tangente in $x_0 = 2$ è

$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$

$y - 0 = 1(x-2)$

$y = x - 2$