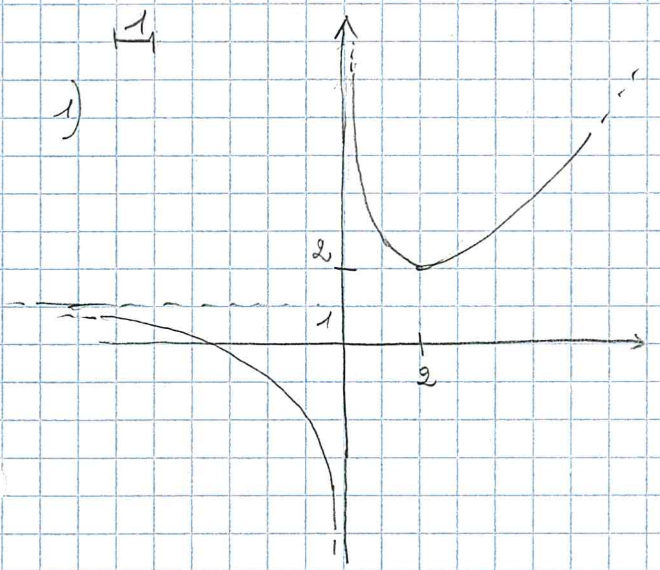
Nota la rappresentazione grafica, leggere i limiti negli estremi aperti del dominio o dove ci sono situazioni interessanti evidenti graficamente.

Riconoscere e classificare gli asintoti

1)



Soluzione:

$D:]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$

$\lim_{x \to -\infty}$ $\quad \lim_{x \to 0^-}$ $\quad \lim_{x \to 0^+}$ $\quad \lim_{x \to +\infty}$

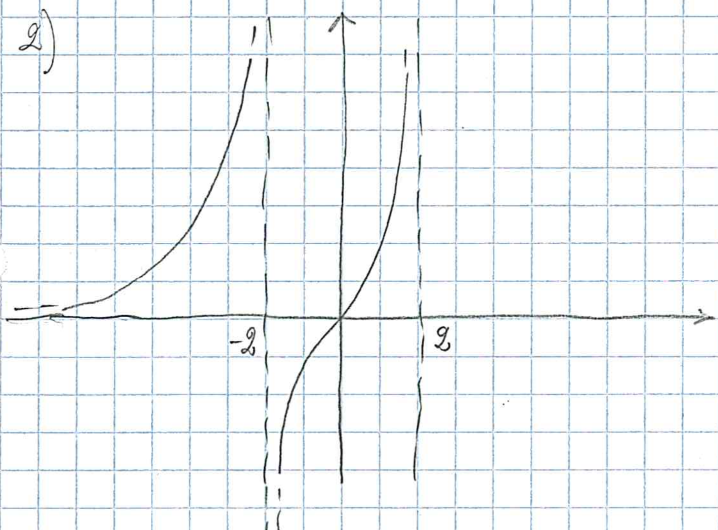
$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1^-$ $\quad y = 1$ AS. ORIZ. a SX

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$ $\quad x = 0$ AS. VERT a SX

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ $\quad x = 0$ AS. VERT a DX

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ (qui non c'è alcun asintoto)

2)



Soluzione

$D:]-\infty; -2[\cup]-2; 2[$

$\lim_{x \to -\infty}$ $\quad \lim_{x \to -2^-}$ $\quad \lim_{x \to -2^+}$ $\quad \lim_{x \to 2^-}$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0^+$ $\quad y = 0$ AS. ORIZ a SX

$\lim_{x \to -2^-} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -2^+} f(x) = -\infty$

$x = -2$ AS. VERT a DX e SX

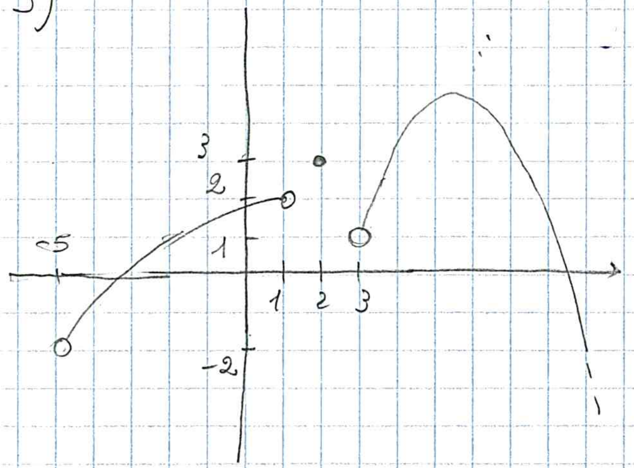
$\lim_{x \to 2^-} f(x) = +\infty$ $\quad x = 2$ AS. VERT a SX

NB. $\lim_{x \to 2^+} f(x) =$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) =$

non hanno significato perchè $f(x)$ non è definita per $x \to 2^+$ nè per $x \to +\infty$

3)



Soluzione

$D: \,]-5;1[\, \cup [2;2] \cup \,]3;+\infty[$

$\lim_{x\to -5^+}$ $\lim_{x\to 1^-}$ $\cancel{\lim_{x\to 2}}$ $\lim_{x\to 3^+}$ $\lim_{x\to +\infty}$

$f(2)=3$

$\lim_{x\to -5^+} f(x) = -2^+$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 2^-$

$\lim_{x\to 3^-} f(x) = 1^+$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$

Non ci sono asintoti.

NB

$\lim_{x\to -5^-} f(x)$

$\lim_{x\to -\infty} f(x)$

$\lim_{x\to 1^+} f(x)$

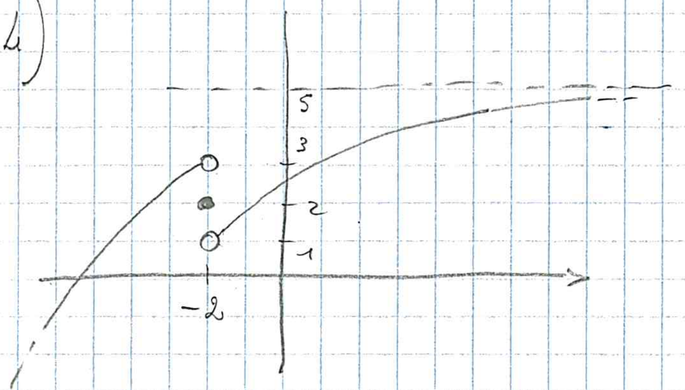
$\lim_{x\to 3^-} f(x)$

questi limiti non hanno significato perché $f(x)$ non è definita

NB

$f(2)=3$ ma $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ e $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ non hanno significato perché 2 è un punto isolato per $f(x)$

4)



Soluzione

$D: \mathbb{R}$

$\lim_{x\to -\infty}$ $\lim_{x\to +\infty}$

e dal grafico noto che è interessante valutare $\lim_{x\to -2^-} f(x)$ e $\lim_{x\to -2^+} f(x)$

$\lim_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to -2^-} f(x) = 3^-$

$\lim_{x\to -2^+} f(x) = 1^+$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = 5^-$ $\quad y=5$ AS. ORIZ. a DX

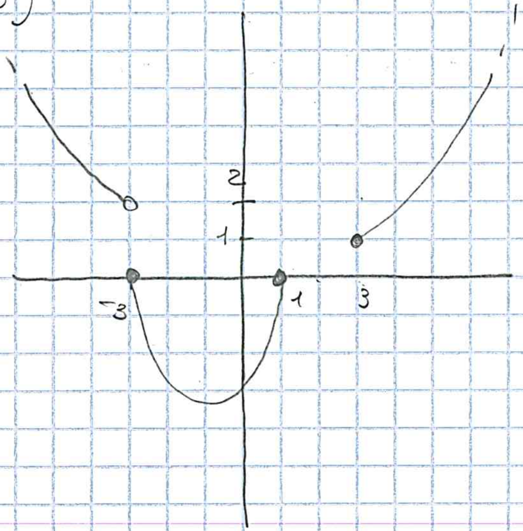
NB $-2 \in D$

$f(-2) = 2$ ma

$\lim_{x\to -2^-} f(x) = 3^-$ e

$\lim_{x\to -2^+} f(x) = 1^+$

5)



Non ci sono asintoti

<u>Soluzione</u>

D: $]-\infty; 1] \cup [3; +\infty[$

$\lim_{x \to -\infty}$ $\quad$ $\cancel{\lim_{x \to 1}}$ $\quad$ $\cancel{\lim_{x \to 3}}$ $\quad$ $\lim_{x \to +\infty}$

$f(1) = 0$ $\quad$ $f(3) = 1$

e dal grafico noto che è interessante valutare $\lim_{x \to -3^-} f(x)$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -3^-} f(x) = 2^+$

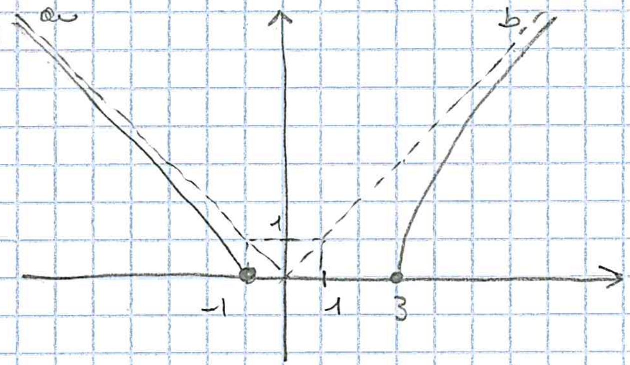
$\lim_{x \to -3^+} f(x) = 0 = f(-3)$

$\left[\text{NB: } f(-3) = 0 \right]$

Nota la rappresentazione grafica leggere i limiti negli estremi aperti del dominio e dove ci sono situazioni interessanti evidenti graficamente.

Riconoscere e classificare gli asintoti.

1)



<u>Soluzione</u>

$D:]-\infty; -1] \cup [3; +\infty[$

$\lim_{x \to -\infty}$ $\qquad$ $\lim_{x \to +\infty}$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

Calcolo l'asintoto obliquo a dx (a):

retta obliqua passante per $(0,0)$ e $(-1,1)$

$$y = mx + q \implies \begin{array}{l} (0,0) \to \\ (-1,1) \to \end{array} \begin{cases} 0 = m(0) + q \\ 1 = m(-1) + q \end{cases} \quad \begin{cases} 0 = q \\ 1 = -m + q \end{cases}$$

$$\begin{cases} q = 0 \\ 1 = -m + 0 \end{cases} \quad \begin{cases} q = 0 \\ m = -1 \end{cases} \implies y = -x$$

asintoto obliquo a sx (per $x \to -\infty$)

Calcolo l'asintoto obliquo a sx (b):

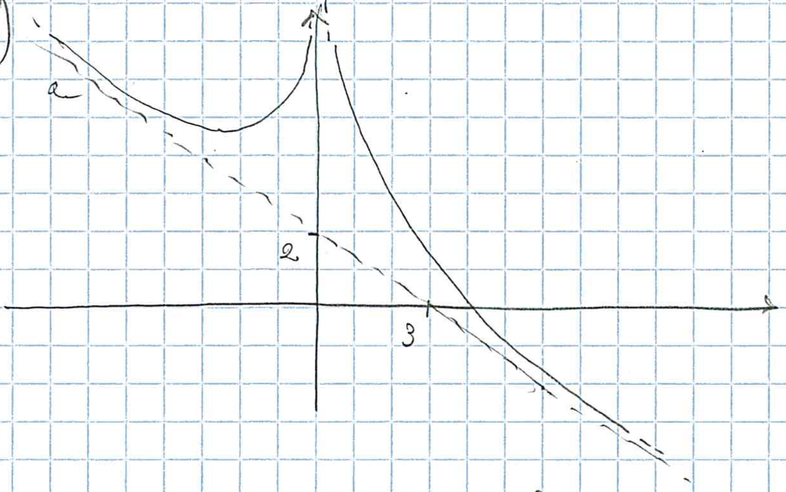
retta obliqua passante per $(0,0)$ e $(1,1)$

$$y = mx + q \implies \begin{array}{l} (0,0) \to \\ (1,1) \to \end{array} \begin{cases} 0 = m(0) + q \\ 1 = m(1) + q \end{cases} \quad \begin{cases} q = 0 \\ 1 = m + q \end{cases}$$

$$\begin{cases} q = 0 \\ 1 = m + 0 \end{cases} \quad \begin{cases} q = 0 \\ m = 1 \end{cases} \implies y = x$$

asintoto obliquo a dx (per $x \to +\infty$)

2)



Soluzione

D: $]-\infty; 0[\ \cup\ ]0, +\infty[$

$\lim_{x\to-\infty}$ $\quad\lim_{x\to0^-}$ $\quad\lim_{x\to0^+}$ $\quad\lim_{x\to+\infty}$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to0} f(x) = +\infty \Leftarrow \begin{cases} \lim_{x\to0^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x\to0^+} f(x) = +\infty \end{cases} \rightarrow x=0$$

AS. VERT a dx e sx

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$$

Calcolo l'asintoto obliquo (a) a dx e a sx:

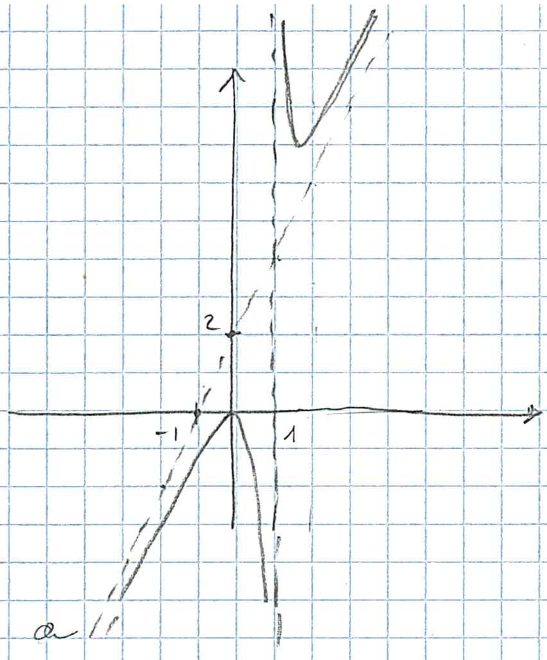
retta obliqua passante per (0,2) e (3,0)

$$y = mx+q \Rightarrow \begin{matrix}(0,2) \rightarrow \\ (3,0) \rightarrow\end{matrix} \begin{cases} 2 = m(0)+q \\ 0 = m(3)+q \end{cases} \qquad \begin{cases} \cancel{2=q} \quad q=2 \\ 0 = 3m+q \end{cases}$$

$$\begin{cases} q=2 \\ 0 = 3m+2 \end{cases} \qquad \begin{cases} q=2 \\ \frac{\cancel{3}m}{\cancel{3}} = \frac{-2}{3} \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + 2$$

asintoto obliquo a dx e sx

3)



Soluzione

D: $]-\infty, 1[\cup]1; +\infty[$

$\lim_{x\to-\infty}$ $\lim_{x\to1^-}$ $\lim_{x\to1^+}$ $\lim_{x\to+\infty}$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to1^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to1^+} f(x) = +\infty$

$x=1$ AS. VERT a DX e SX

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

Calcolo l'asintoto obliquo (a) a dx e sx:
retta obliqua passante per i punti $(-1,0)$ e $(0,2)$

$y = mx + q \Rightarrow$ $(-1,0) \to$ $\begin{cases} 0 = m(-1)+q \\ 2 = m(0)+q \end{cases}$ $\leftarrow (0,2)$ $\begin{cases} 0 = -m+q \\ \cancel{2=q} \quad q=2 \end{cases}$

$\begin{cases} 0 = -m+2 \\ q = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} m = 2 \\ q = 2 \end{cases}$ $\Rightarrow y = 2x+2$

asintoto obliquo a dx e sx