20. 1. 2015

Matematica – C. d. L. in Produzioni Animali e Controllo della Fauna Selvatica

Non è permesso l'utilizzo di libri, telefoni cellulari o appunti.

1. (a) Determinare quanti sono i sottoinsiemi dell'insieme $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ che contengono esattamente 4 elementi.
   (b) Quanti dei sottoinsiemi determinati al punto (a) contengono il numero 2?

2. Disegnare il grafico della funzione $y = \cos x$ e, a partire da esso, quello della funzione $y = \cos(2x) - \frac{1}{2}$ nell'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$.

   Qual'è il periodo di quest'ultima funzione?

3. Determinare dominio ed eventuali asintoti orizzontali e verticali della funzione:

$$y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 3}.$$

4. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $y = \frac{x^2+5}{x-2}$ nel punto di ascissa $x = 1$.

5. Una pietanza viene tolta da un forno alla temperatura $T(0) = 160°$ e viene posata su di un tavolo in balcone alla temperatura di $10°$. Sapendo che dopo 10 minuti la temperatura della pietanza è di $80°$ e che la temperatura $T(t)$ della pietanza varia secondo la legge di raffreddamento di Newton:

$$T(t) = T_A + (T(0) - T_A)e^{-kt},$$

   ove k è una costante e $T_A = 10°$ è la temperatura dell'ambiente, determinare la temperatura della pietanza dopo 20 minuti.

6. Calcolare il seguente integrale indefinito, con il metodo di integrazione per parti: $\int x^7 \log x \, \mathrm{d}x$.

7. Determinare tutte le soluzioni del seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + z = 1 \\ 2x - y + z = 3 \\ 2x + 2y + 6z = 1 \end{cases}$$