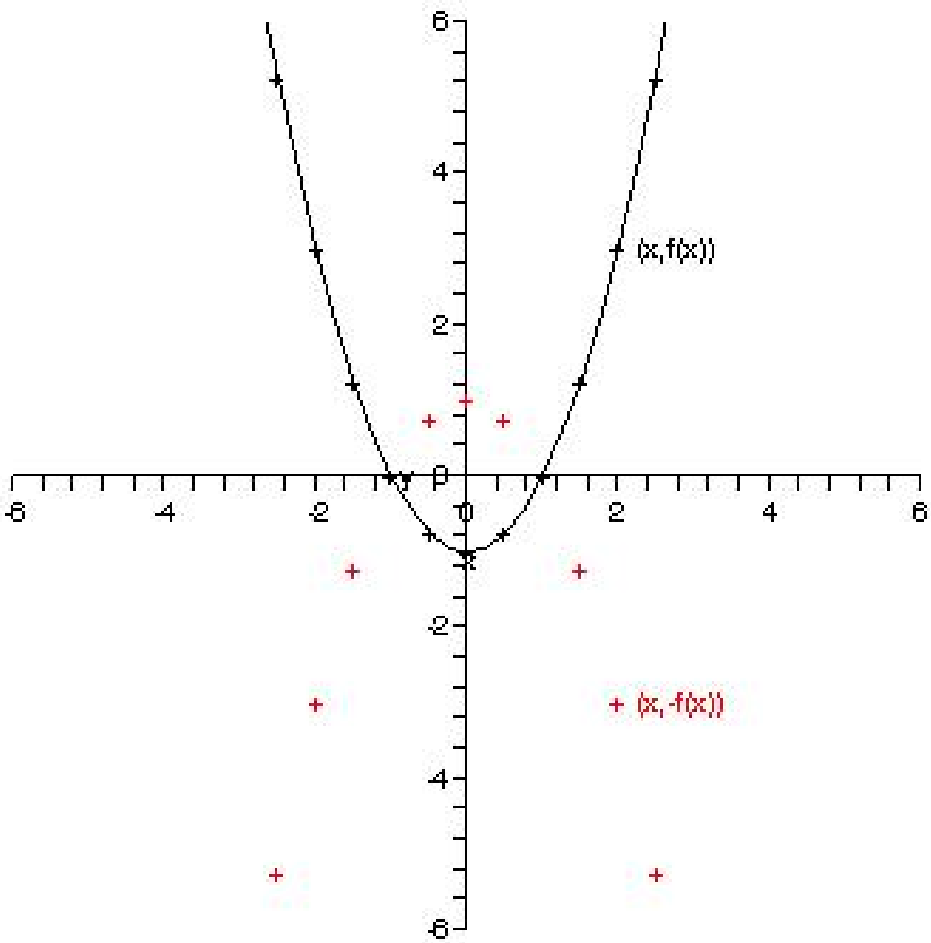
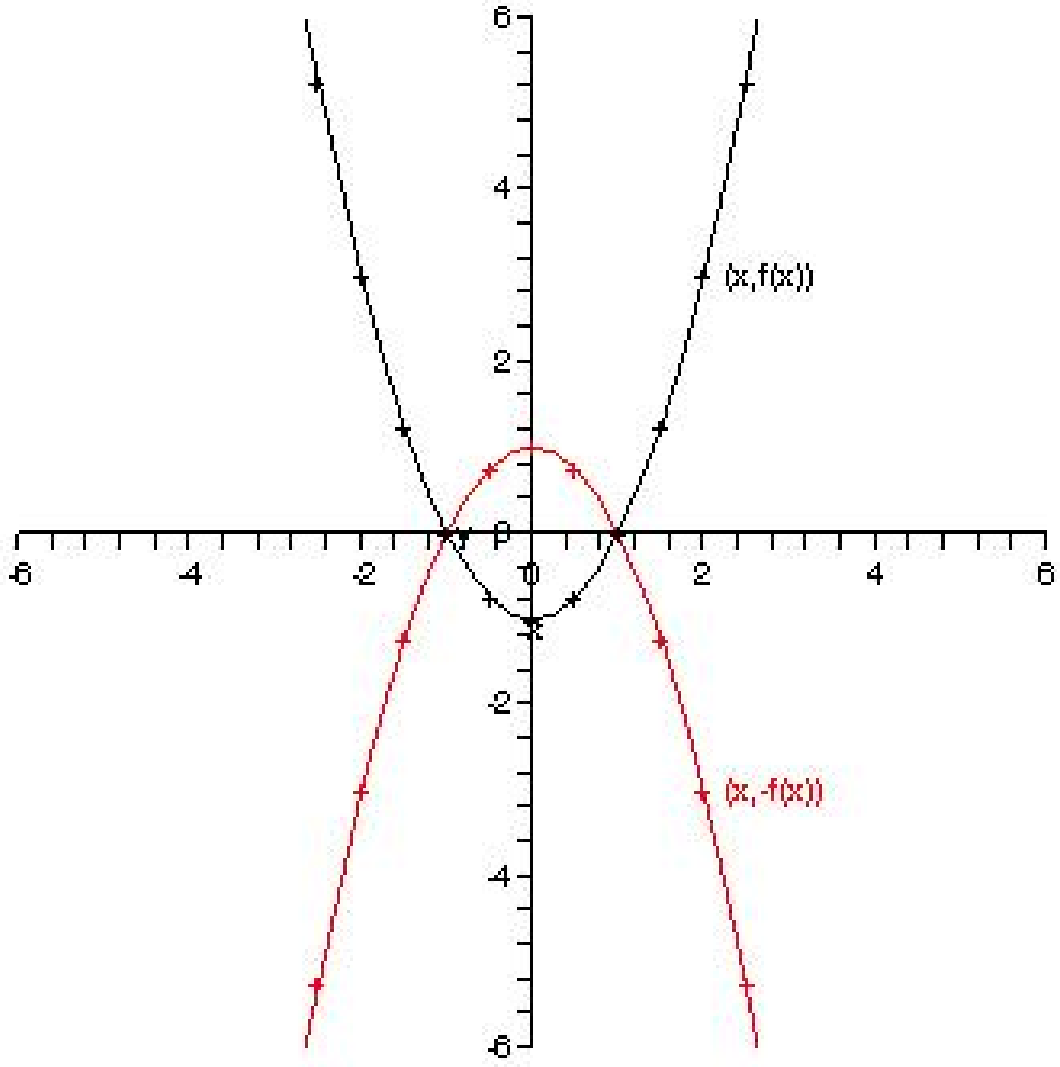
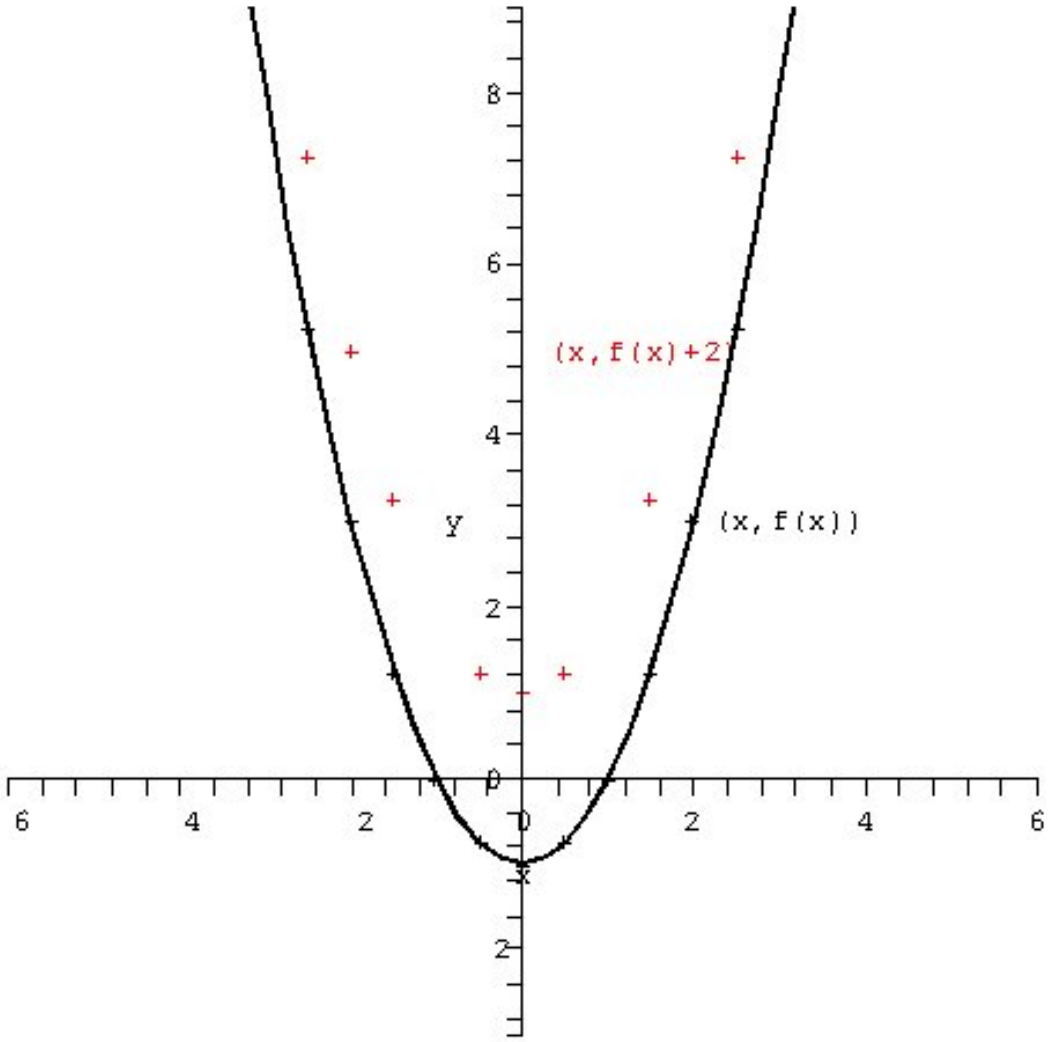
Il *grafico* di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è l'insieme dei punti del piano di coordinate $(x, y)$, con $y = f(x)$.
Ricordiamo ora che, dato un punto $(a, b)$ del piano, il punto $(a, -b)$ è il simmetrico di $(a, b)$ rispetto all'asse delle ascisse.

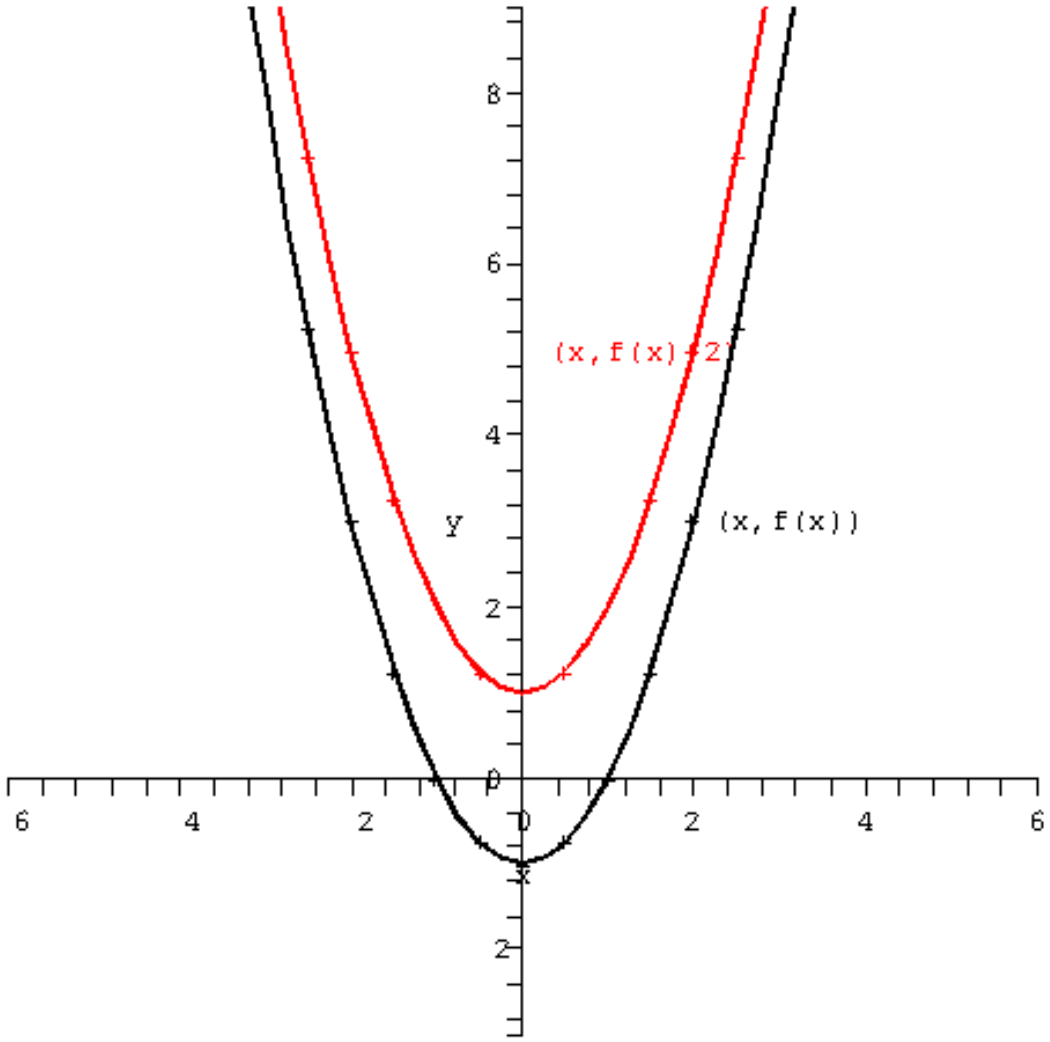
Dato il grafico della funzione $f(x)$, vogliamo disegnare il grafico della funzione $-f(x)$. Questo è l'insieme dei punti del piano di coordinate $(x, y)$, con $y = -f(x)$. Poichè il punto $(x, -f(x))$ è il simmetrico di $(x, f(x))$ rispetto all'asse delle ascisse, per ogni $x$, il grafico di $-f(x)$ è il simmetrico del grafico di $f(x)$ rispetto all'asse delle ascisse.



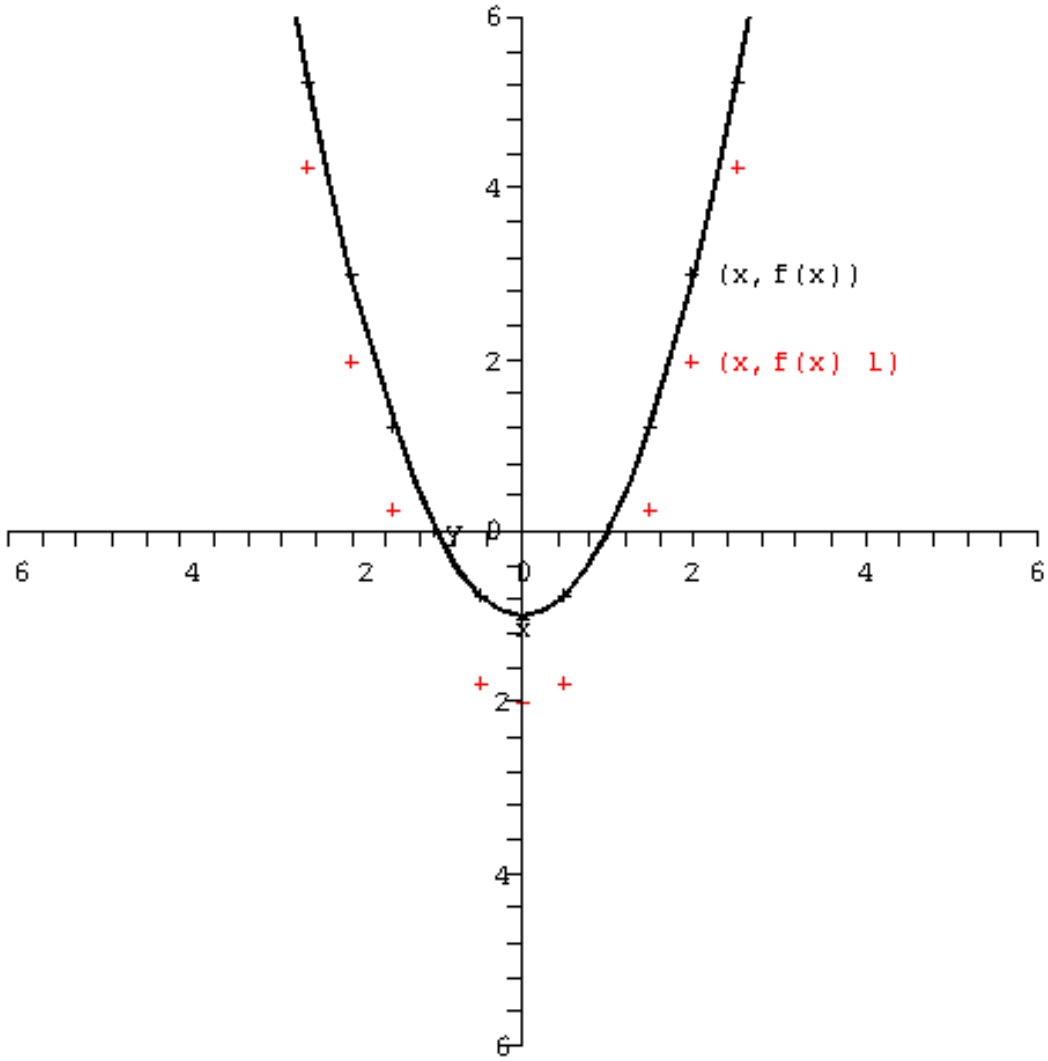


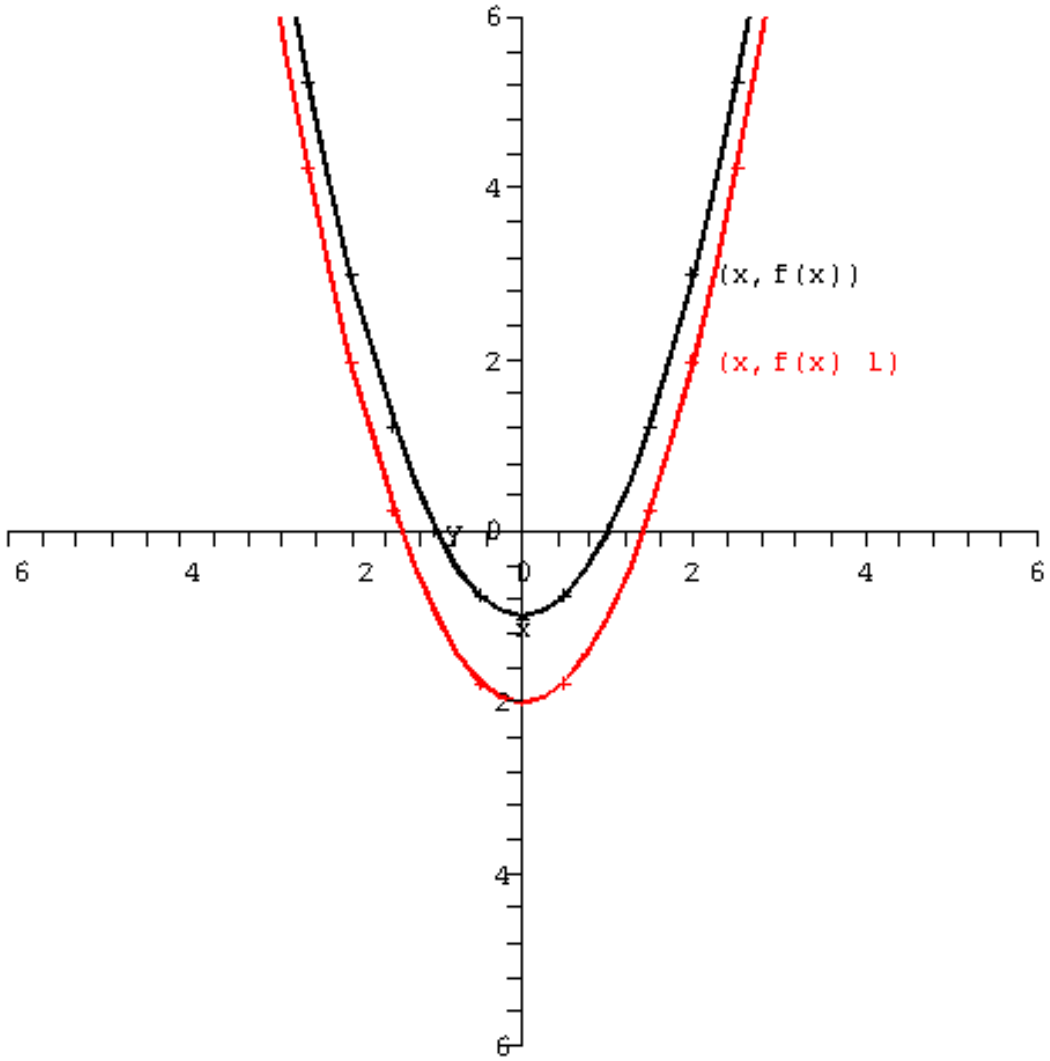

Dato il grafico della funzione $y = f(x)$, disegnamo ora il grafico della funzione $g(x) = f(x) + 2$. Questo è l'insieme dei punti del piano di coordinate $(x, y)$, con $y = f(x) + 2$. Si ha dunque che il punto $(x, y)$ appartiene al grafico di $f(x)$ se e solo se il punto $(x, y + 2)$ appartiene al grafico di $g(x)$, quindi il grafico di $g(x)$ si ottiene traslando verso l'alto di due unità il grafico di $f(x)$.


(x, f(x)+2)
(x, f(x))
y
x

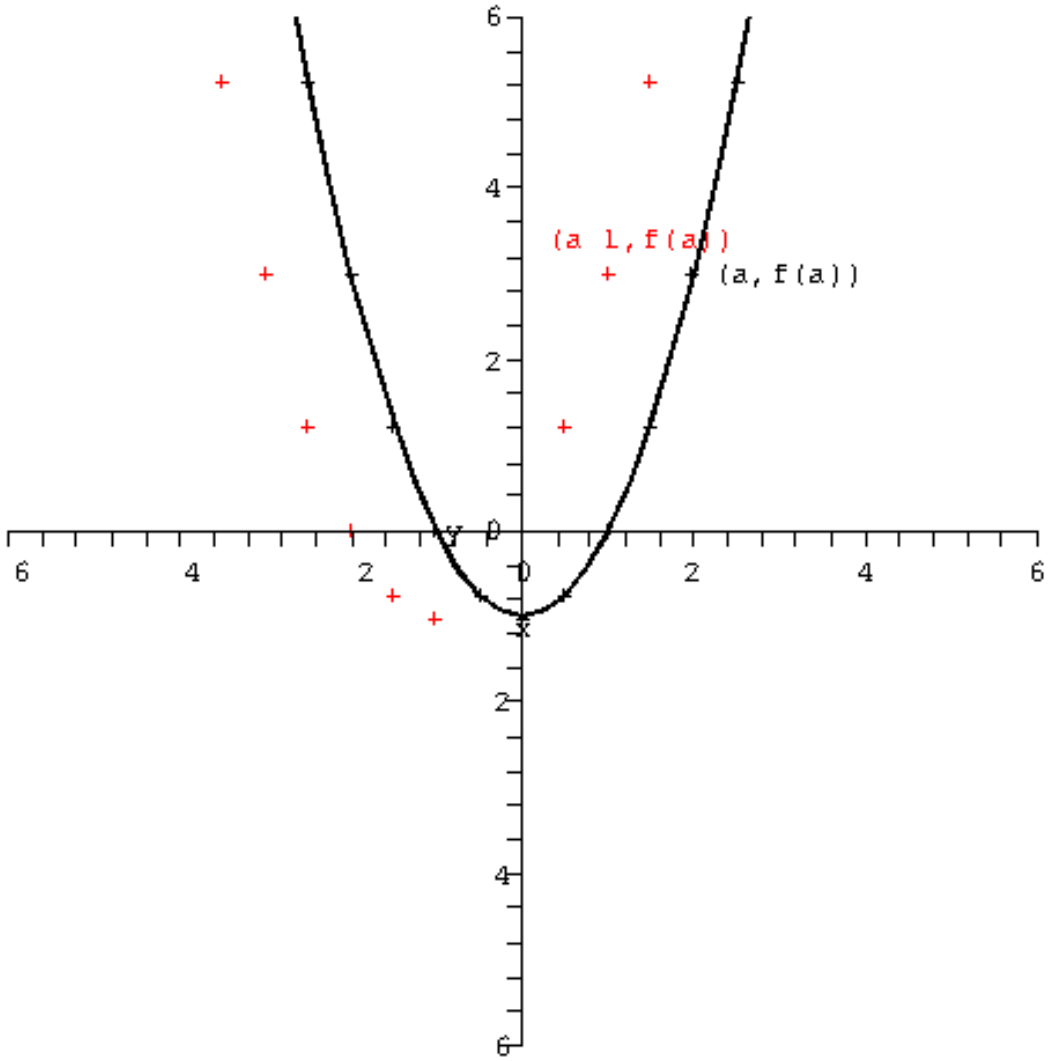


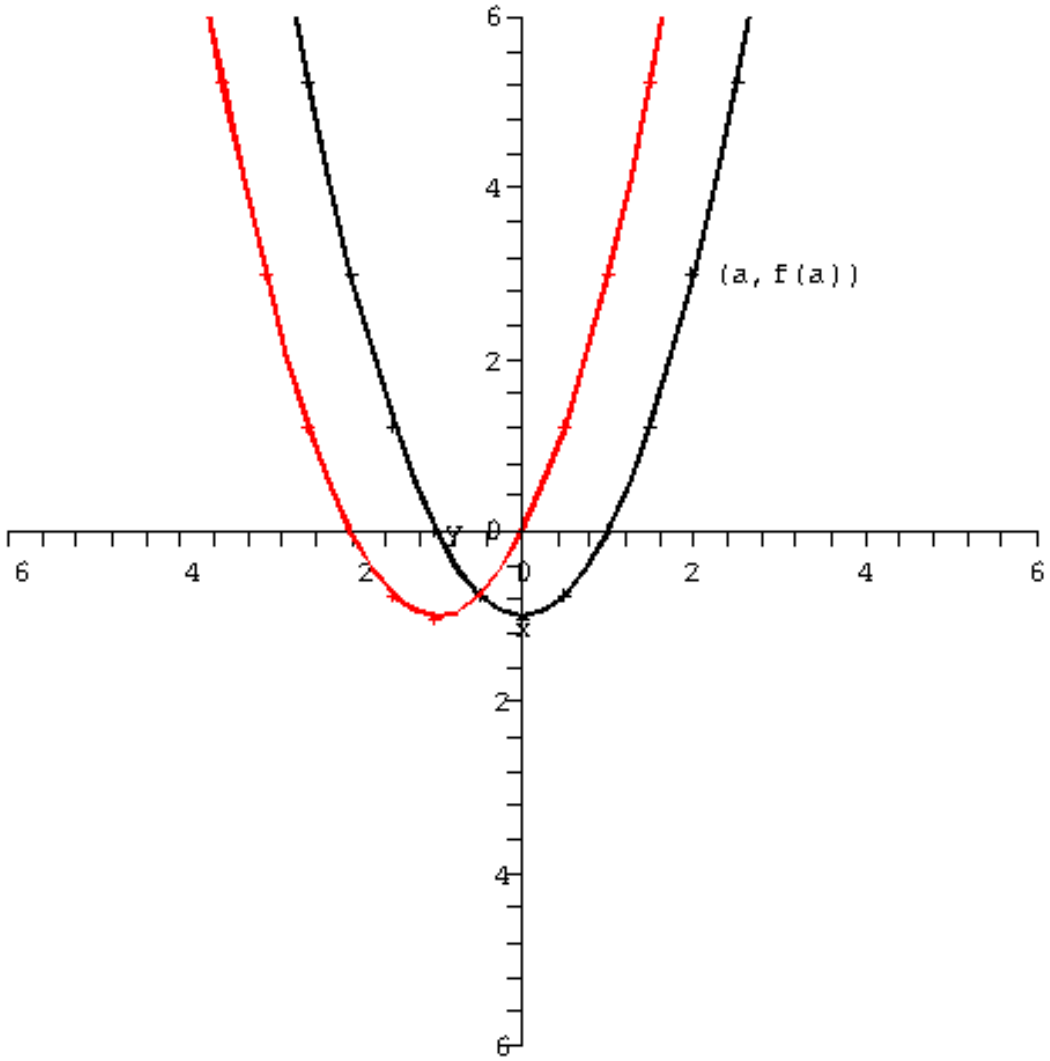

Analogamente, dato il grafico di $f(x)$, il grafico di $f(x) - 1$ si ottiene da esso traslandolo verso il basso di una unità.


(x, f(x))
(x, f(x) l)

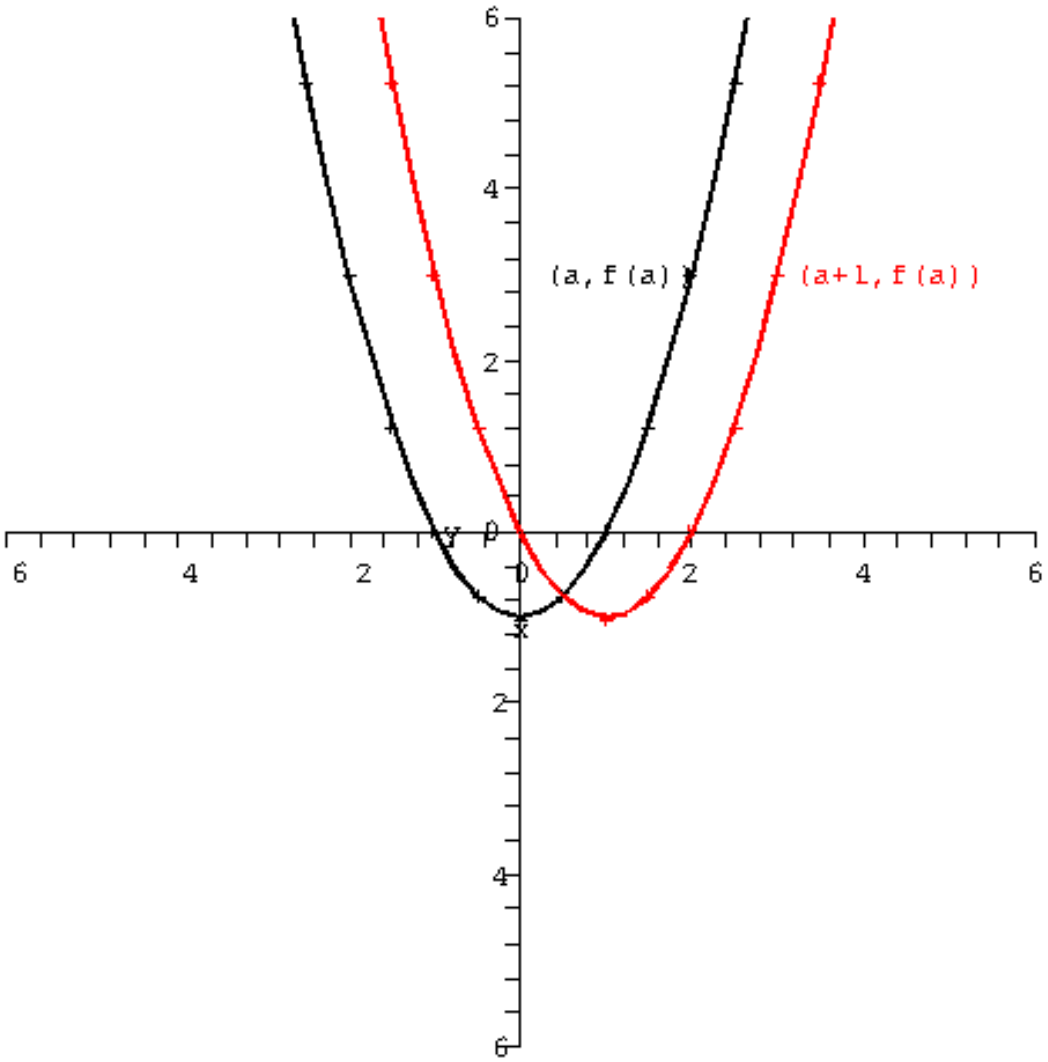



Dato il grafico della funzione $y = f(x)$, disegnamo ora il grafico della funzione $g(x) = f(x+1)$. Questo è l'insieme dei punti del piano di coordinate $(x, y)$, con $y = f(x+1)$. Osserviamo ora che il punto $(a, b)$ appartiene al grafico di $f(x)$ se e solo se il punto $(a-1, b)$ appartiene al grafico di $g(x)$, quindi il grafico di $g(x)$ si ottiene dal grafico di $f(x)$ traslandolo verso sinistra di una unità.

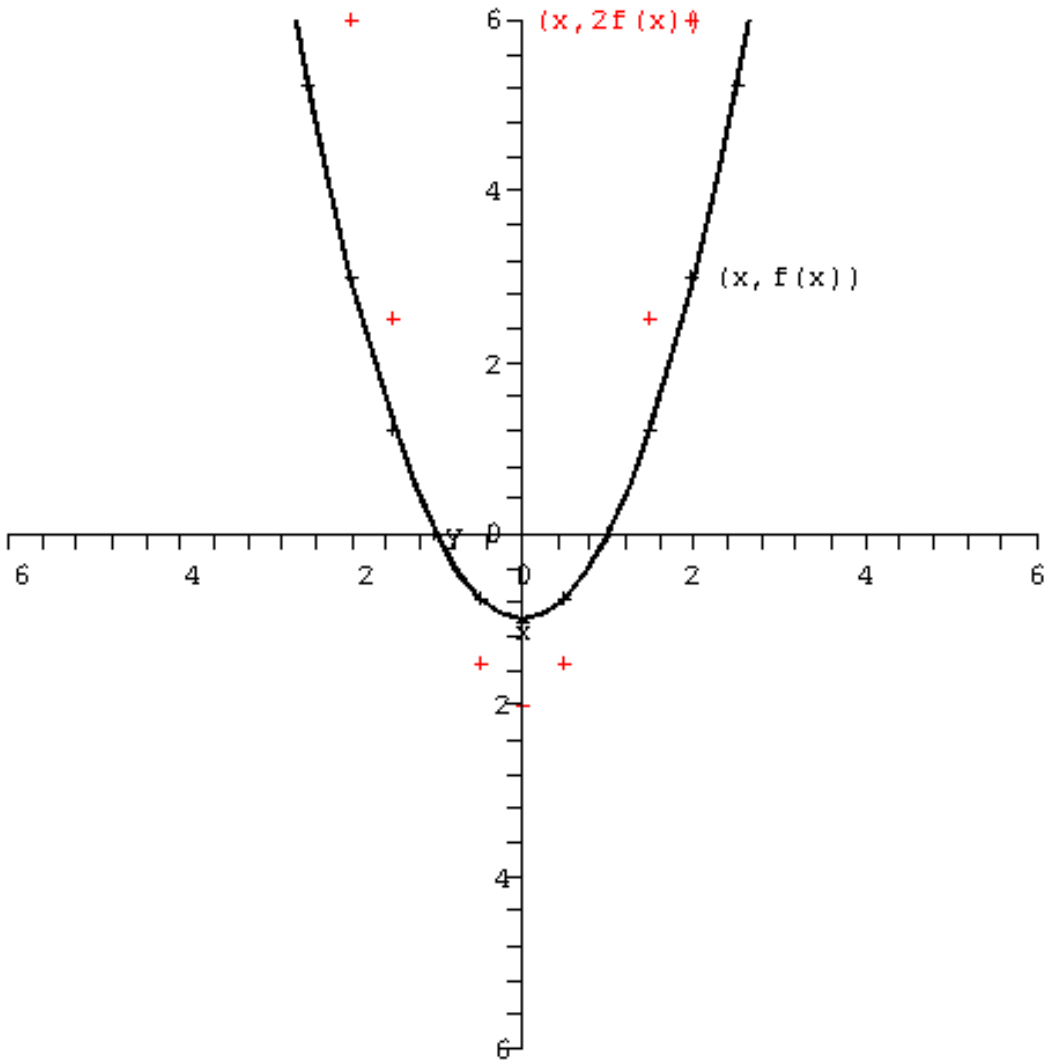

(a 1, f(a))
(a, f(a))

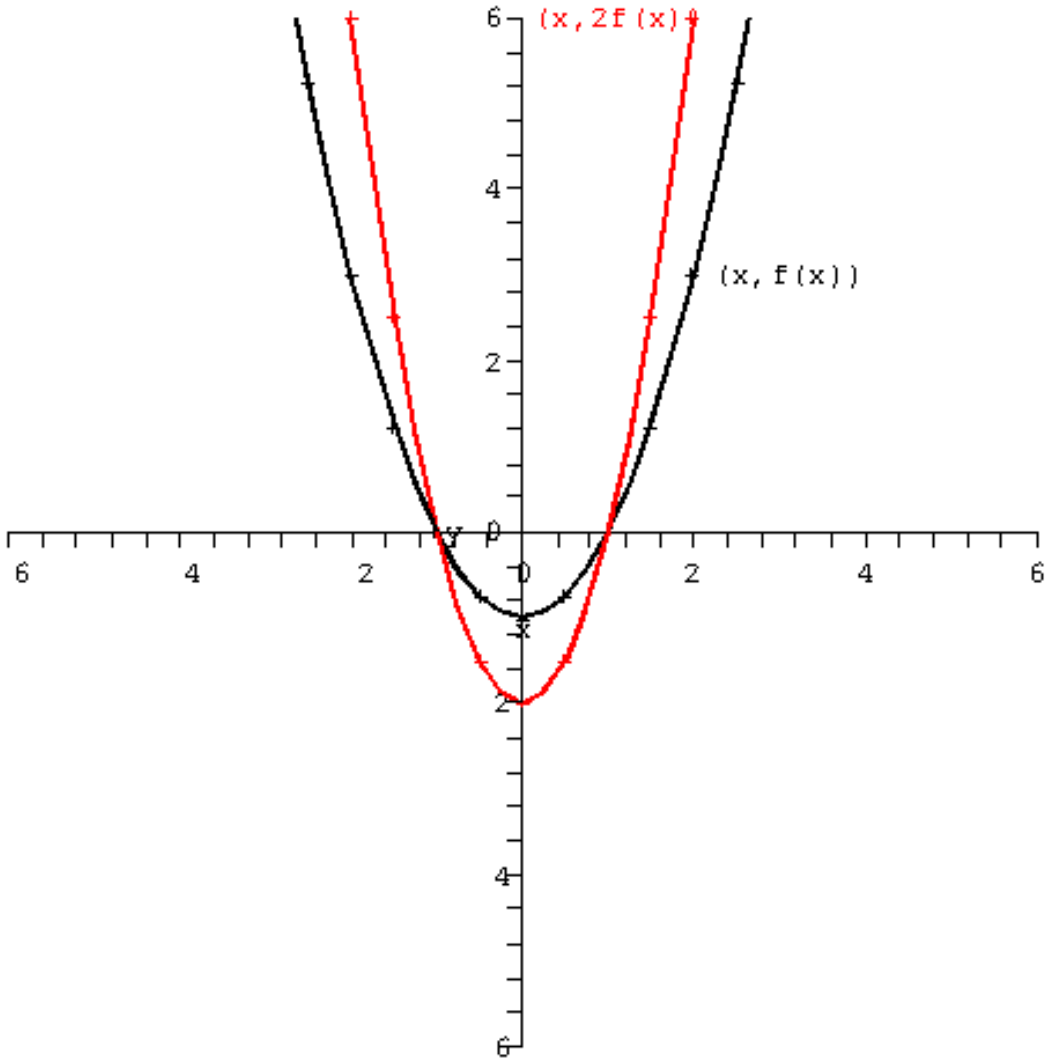



Analogamente, dato il grafico di $f(x)$, il grafico di $f(x-1)$ si ottiene da esso traslandolo verso destra di una unità.

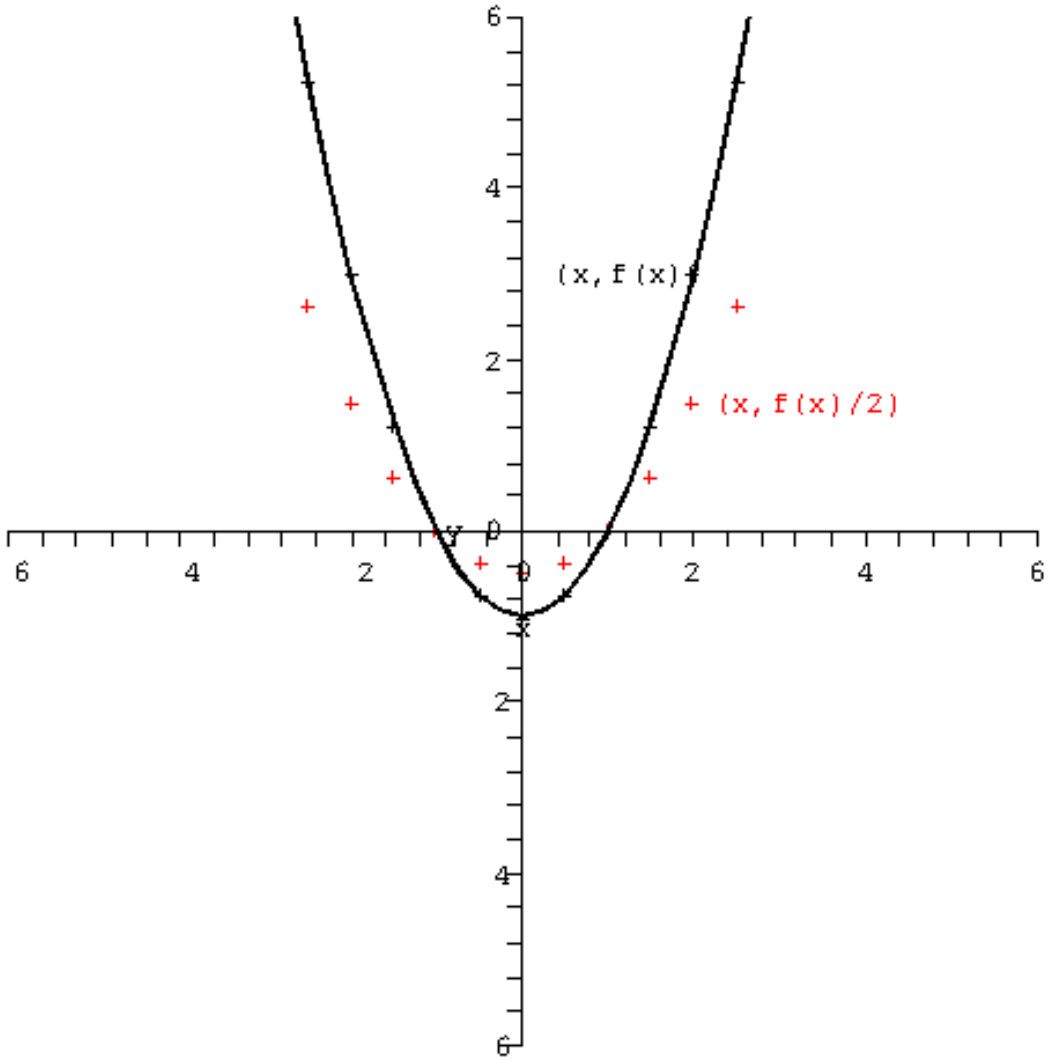


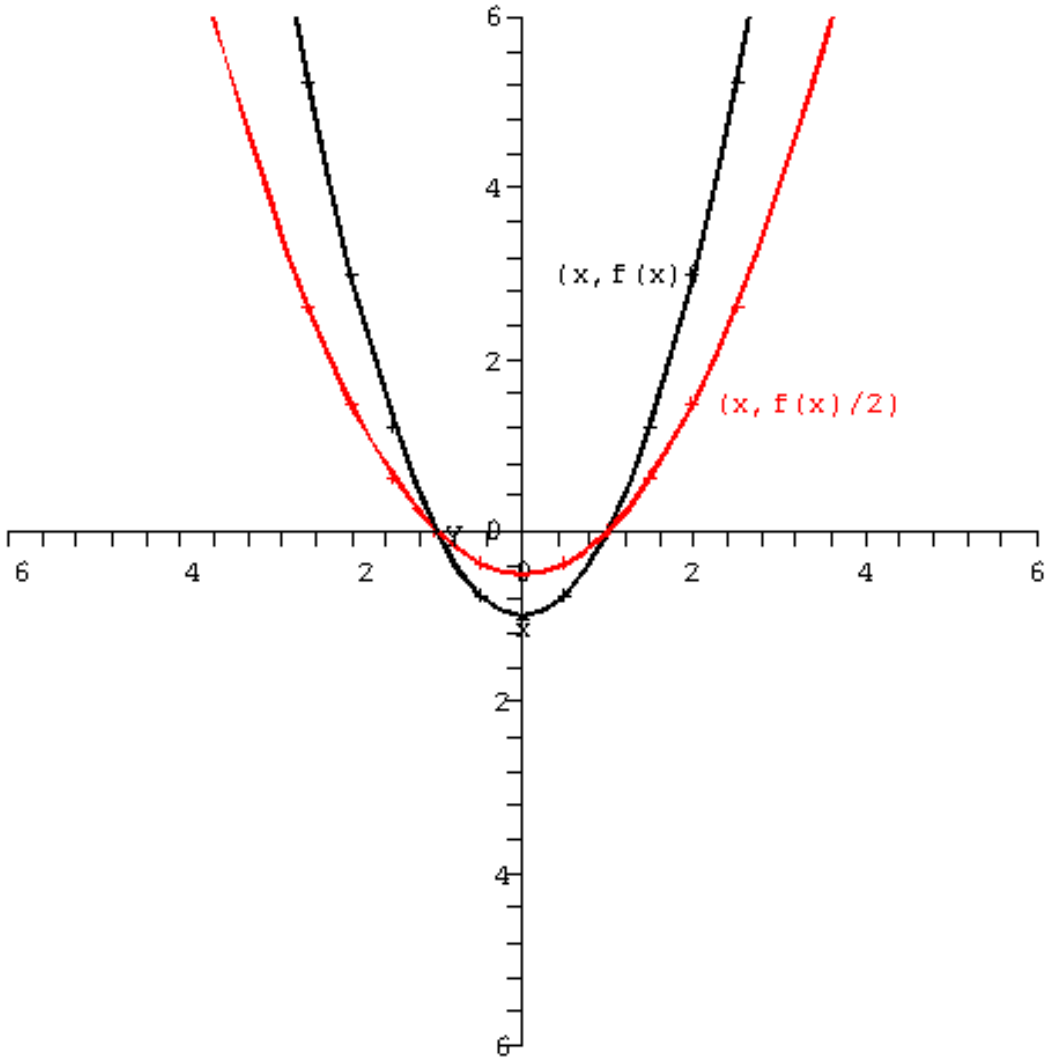

Dato il grafico della funzione $y = f(x)$, disegnamo ora il grafico della funzione $g(x) = 2f(x)$. Questo è l'insieme dei punti del piano di coordinate $(x, y)$, con $y = 2f(x)$. Si ha dunque che il punto $(x, y)$ appartiene al grafico di $f(x)$ se e solo se il punto $(x, 2y)$ appartiene al grafico di $g(x)$, quindi il grafico di $g(x)$ si ottiene dal grafico di $f(x)$ "moltiplicando per 2 le ordinate dei punti". .


(x, 2f(x))
(x, f(x))
6
4
2
0
2
4
6
6
4
2
0
2
4
6

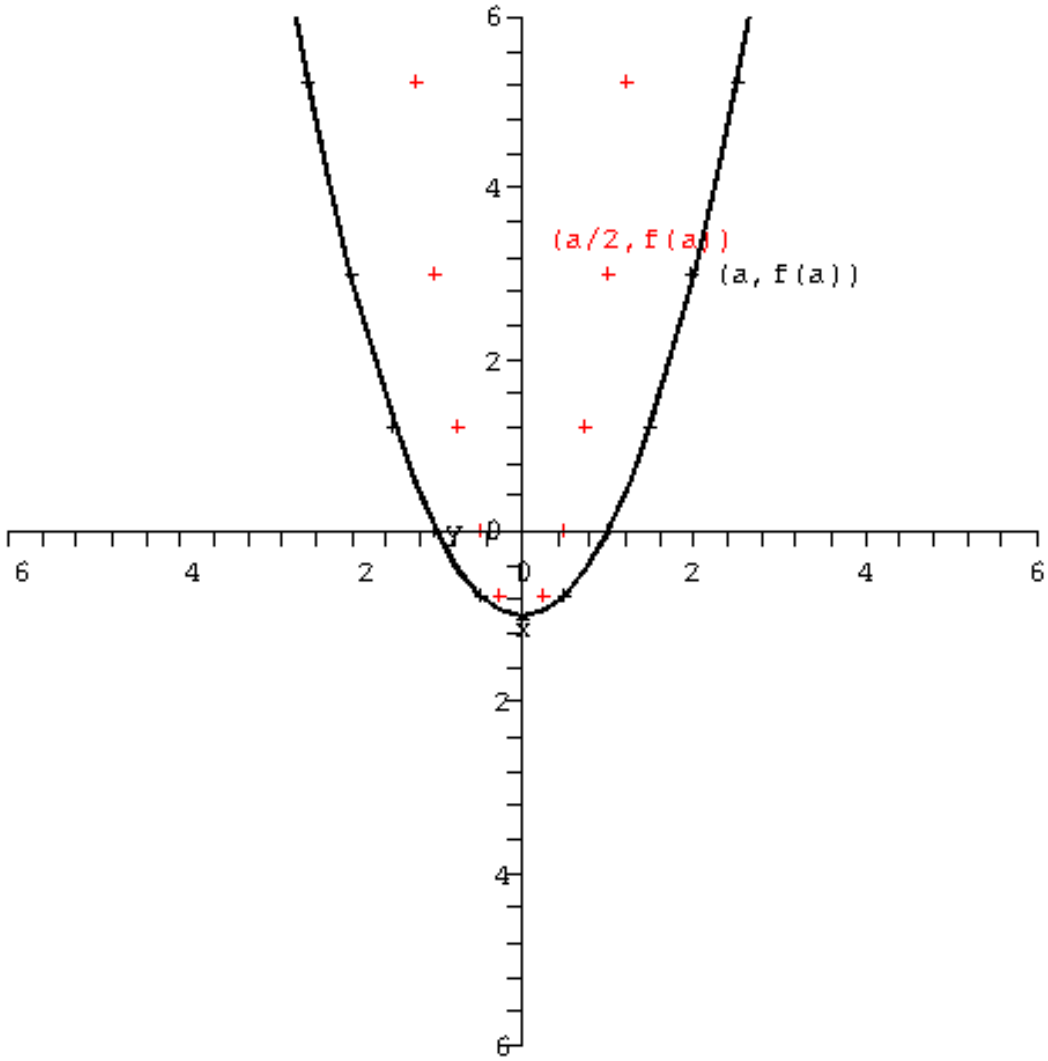


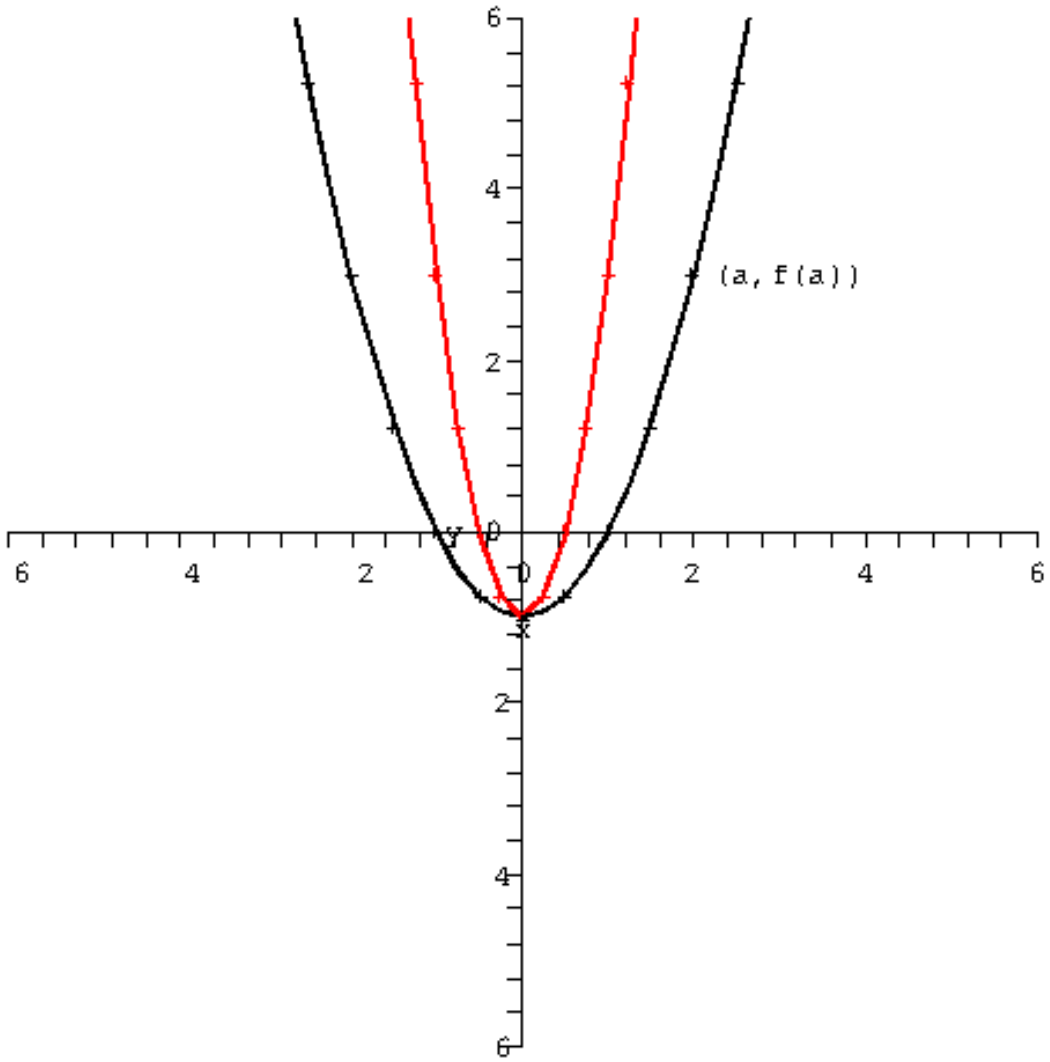

Analogamente, dato il grafico di $f(x)$, il grafico di $f(x)/2$ si ottiene da esso "dividendo per 2 le ordinate dei punti".


(x, f(x))
(x, f(x)/2)
y
x

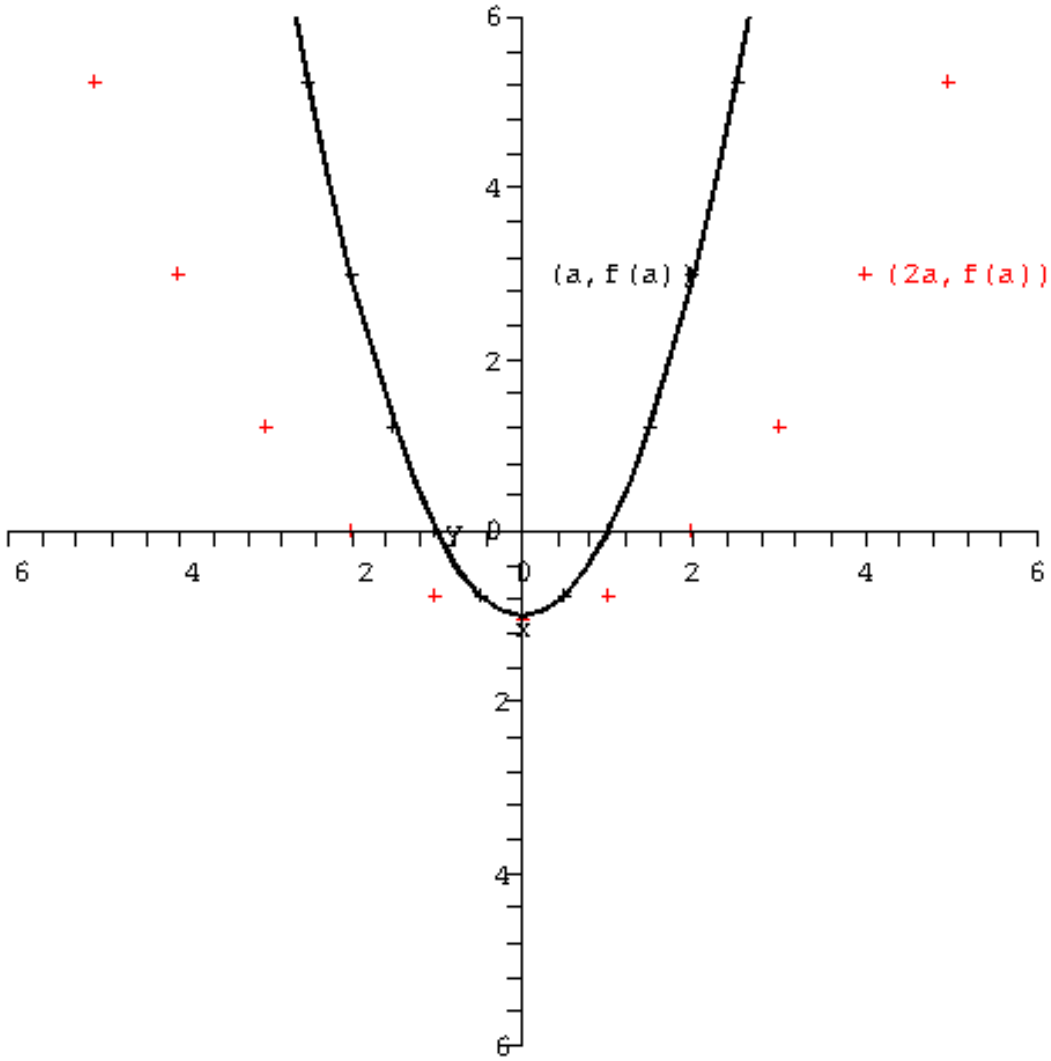


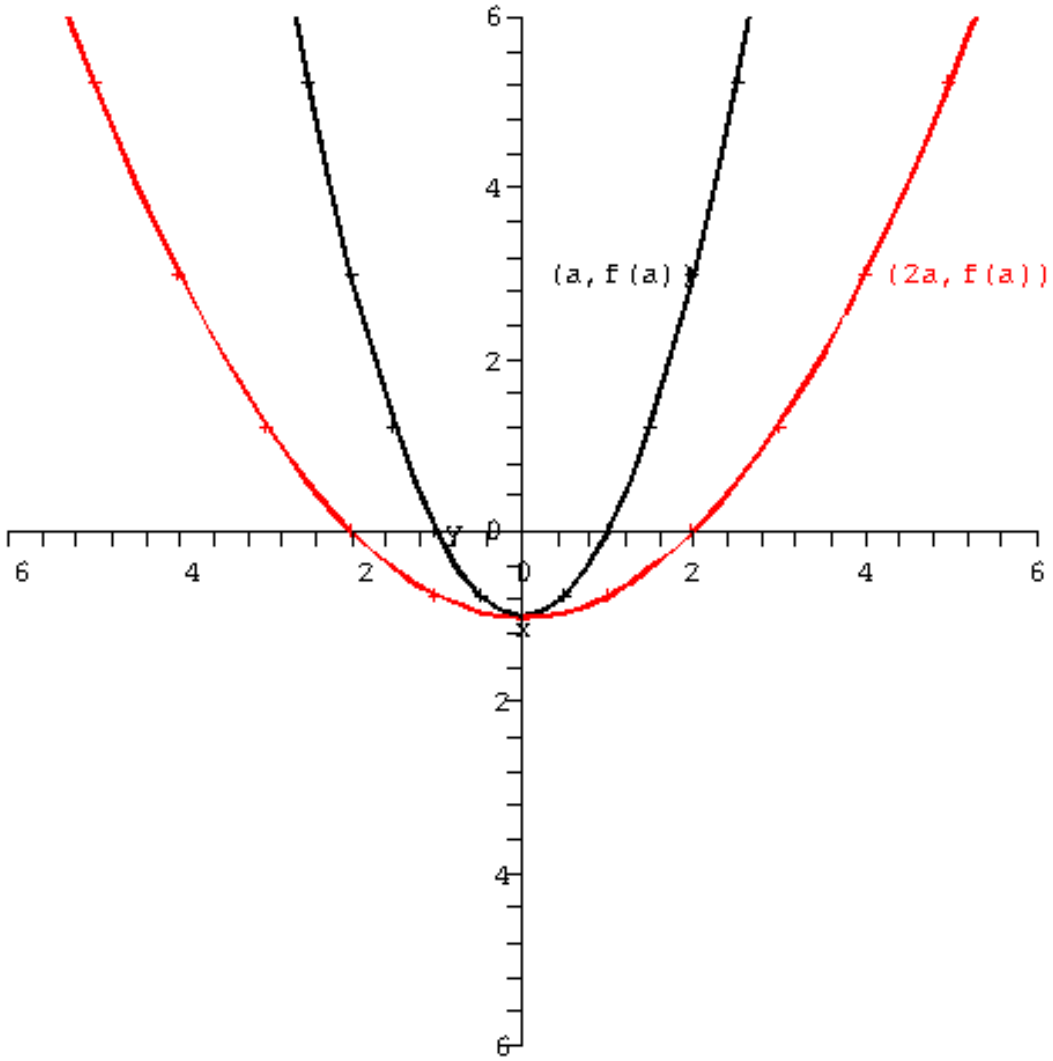

Dato il grafico della funzione $y = f(x)$, disegnamo ora il grafico della funzione $g(x) = f(2x)$. Questo è l'insieme dei punti del piano di coordinate $(x, y)$, con $y = f(2x)$. Osserviamo ora che il punto $(a, b)$ appartiene al grafico di $f(x)$ se e solo se il punto $(a/2, b)$ appartiene al grafico di $g(x)$, quindi il grafico di $g(x)$ si ottiene dal grafico di $f(x)$ "dividendo per 2 le ascisse dei punti".


(a/2, f(a))
(a, f(a))
y
x




Analogamente, dato il grafico di $f(x)$, il grafico di $f(x/2)$ si ottiene da esso "moltiplicando per 2 le ascisse dei punti".

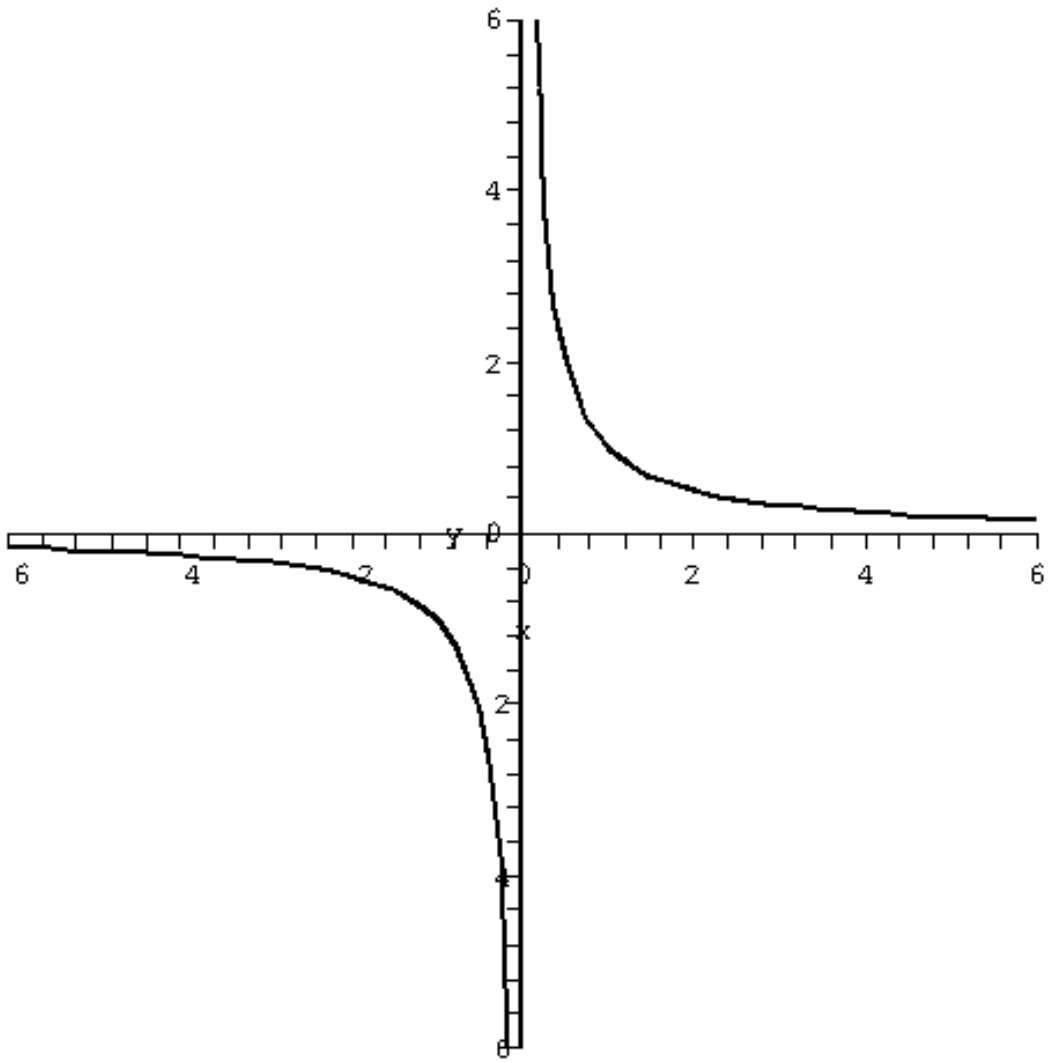

(a, f(a))
(2a, f(a))
y
x



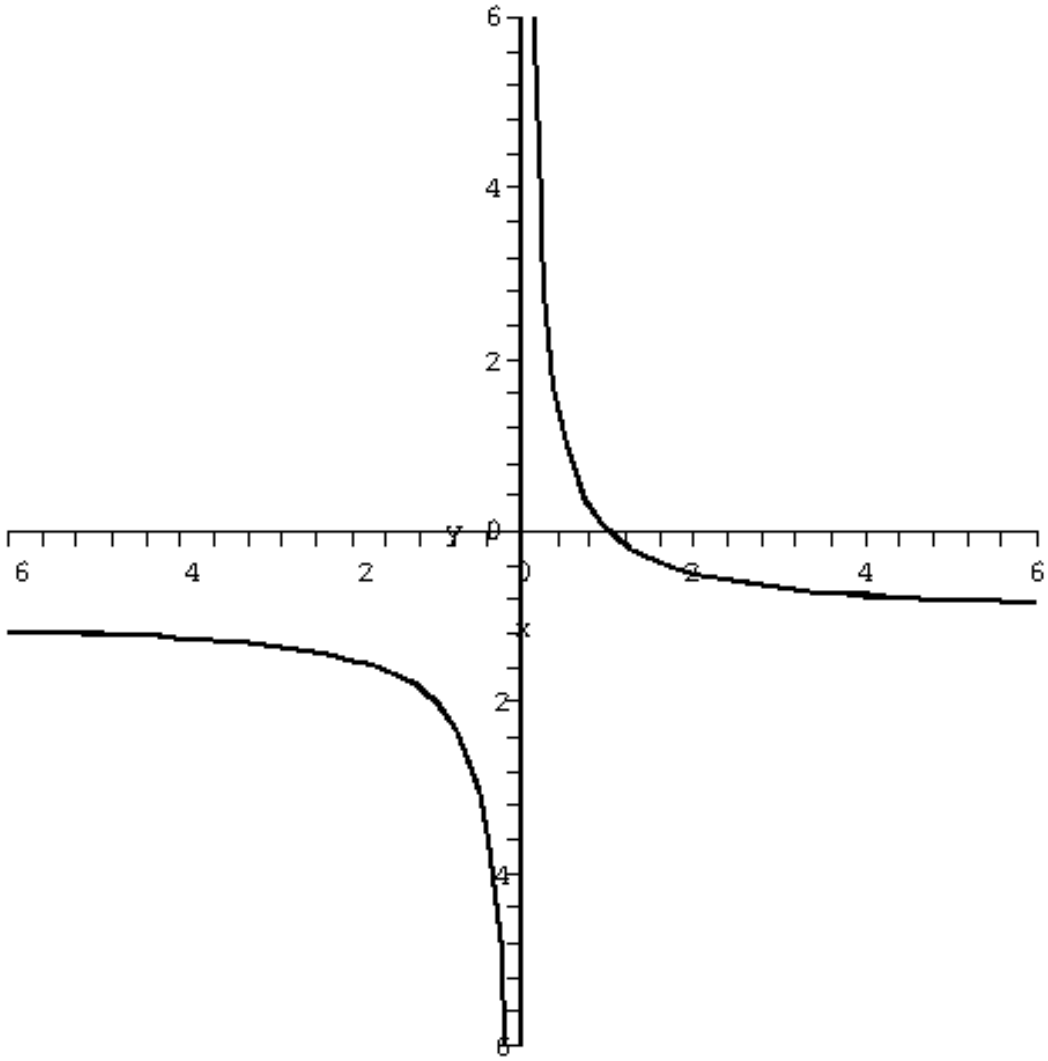

Per esercizio, dato il grafico di $f(x)$, si disegni il grafico di $f(-x)$. Cosa succede se $f(x)$ è una funzione simmetrica rispetto all'asse delle $y$? E se non lo è?

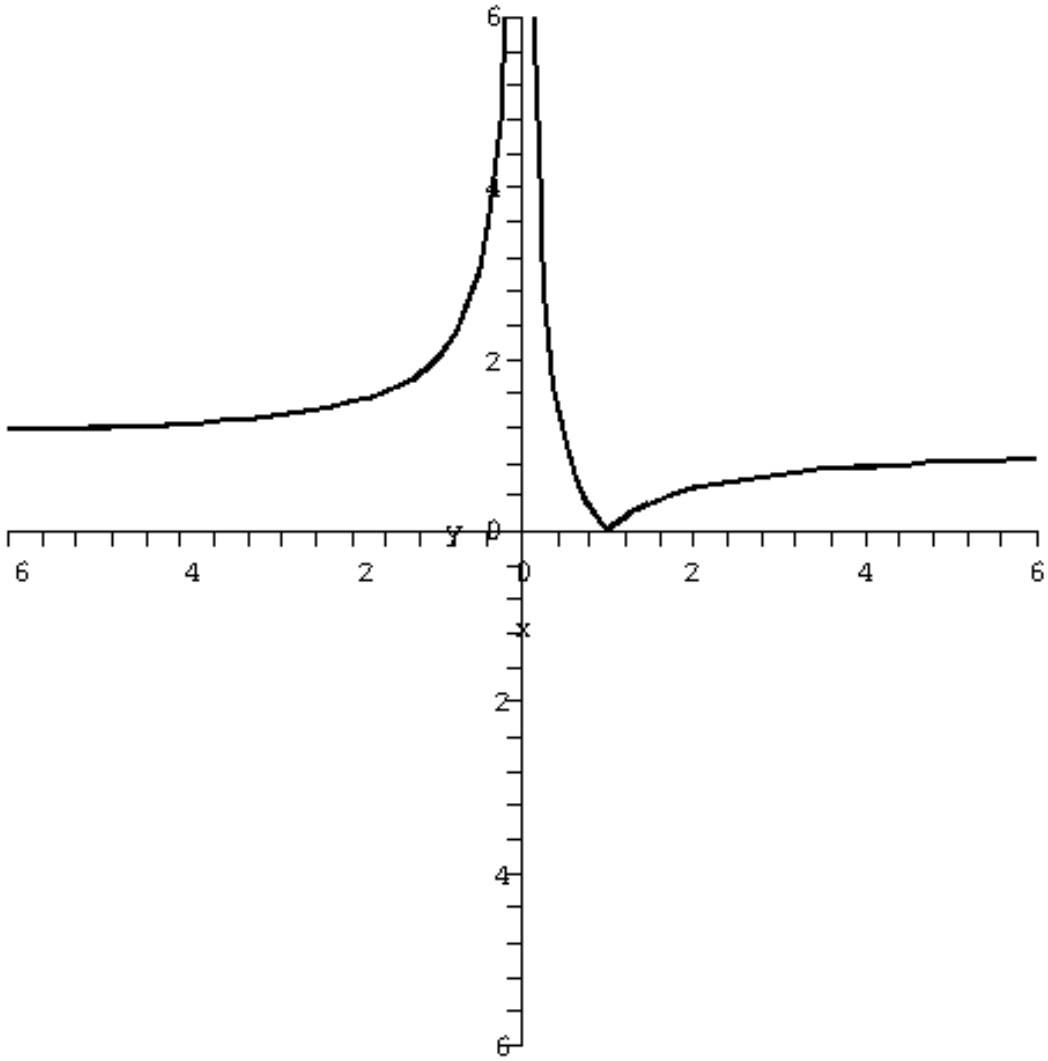
**Esercizo svolto**

Dato il grafico della funnzione $y = \frac{1}{x}$, disegnare il grafico della funzione $y = |\frac{1}{x} - 1|$.




*Soluzione:* Posto $f(x) = \frac{1}{x}$, si disegna prima il grafico di $g(x) = f(x) - 1 = \frac{1}{x} - 1$, poi quello di $|g(x)| = |\frac{1}{x} - 1|$


6
4
2
y 0
6
4
2
0
2
4
6
x
2
4
6


6
4
2
y 0
6
4
2
0
2
4
6
x
2
4
6