

1. Semplificare la seguente espressione (scrivendo tutti i passaggi):

$$\frac{(x-1)^2 \cos(x+1)}{x+1}$$

2. Calcolare le derivate di:

a) $\log(\sqrt{x})$ b) $(2x)^{3/4}$

3. Data la funzione: $f(x) = \log\left(\frac{1}{x}\right)$,

- determinare il dominio di f ;
- trovare i limiti agli estremi ed eventuali asintoti;
- determinare crescita e decrescenza e punti di massimo e minimo (se esistono);
- determinare concavità e convessità e punti di flesso (se esistono);
- disegnare il grafico di f ;

4. Disegnare (senza eseguire lo studio di funzione) il grafico di:

$$f(x) = \frac{1}{x-1}$$

5. Calcolare l'area della regione del piano limitata dal grafico della funzione

$$f(x) = \frac{1}{x-1} \text{ e dalle rette } x=2, x=3.$$

6. Data la funzione sinusoidale $y = A + B \sin(Cx + D)$, determinare i valori di A, B, C, D in modo tale che il periodo sia $\frac{5}{3}\pi$, il valore massimo della funzione sia 10, ottenuto per $x = \pi$, e il valore minimo sia $y = 0$.

7. In una popolazione di studenti, il voto ad un certo esame è distribuito normalmente con media $\mu = 20$ e deviazione standard $\sigma = 8$.

a) Quale è la probabilità che, scelto a caso uno studente nella popolazione, il suo voto all'esame sia maggiore o uguale a 24?

b) Quale è la probabilità che, scelti a caso 4 studenti nella popolazione, esattamente 2 abbiano un voto maggiore o uguale a 24?

c) Quale voto minimo dobbiamo stabilire per il superamento dell'esame, se vogliamo che ad ogni appello sia promosso il 40% degli studenti?

8. Un test diagnostico T per una certa malattia ha specificità = 84% e sensibilità = 70%. Sapendo che la malattia ha prevalenza = 4%, calcolare la probabilità che un soggetto positivo al test sia malato.

1. Semplificare la seguente espressione (scrivendo tutti i passaggi):

$$\frac{(x + \sqrt{2})^2 + 1}{x + \sqrt{2}}(x^2 - 2).$$

2. Calcolare le derivate di:

a) $y = \frac{1}{\log(2x)}$ b) $y = \frac{\sin(2x + 1)}{x}$

3. Data la funzione: $f(x) = \log(\sqrt{x} - \sqrt{2})$,

- determinare il dominio di f ;
- trovare i limiti agli estremi ed eventuali asintoti;
- determinare crescita e decrescenza e punti di massimo e minimo (se esistono);
- disegnare il grafico di f ;
- scrivere l'equazione della tangente al grafico nel punto di ascissa $x = 3$.

4. Disegnare (senza eseguire lo studio di funzione) il grafico di:

$$f(x) = |\sin(x - \pi/2)| \text{ per } x \geq 0.$$

5. Calcolare l'area della regione del piano limitata dal grafico della funzione $f(x) = \sqrt{x+4}$ e dagli assi x e y .

6. Data la funzione sinusoidale $y = A + B \sin(Cx + D)$, determinare i valori di A, B, C, D in modo tale che il periodo sia $12/5$, il valore massimo della funzione sia $y = \pi$, ottenuto per $x = 1$, e il valore minimo sia $y = -1$.

7. In una popolazione una certa caratteristica A si presenta con probabilità pari al 15%.

a) Quale è la probabilità che, scelti a caso 3 individui nella popolazione, *esattamente* 2 di questi *non* abbiano la proprietà A ?

b) Quale è la probabilità che, scelti a caso 3 individui nella popolazione, *almeno* 2 abbiano A ?

c) Supponiamo ora di scegliere 500 individui nella popolazione. Quale è la probabilità che almeno 79 abbiano la proprietà A ?

8. Un test diagnostico T per una certa malattia ha specificità = 95% e sensibilità = 90%. Sapendo che la malattia ha prevalenza = 6%, calcolare la probabilità che un soggetto positivo al test sia malato.

1. Semplificare la seguente espressione (scrivendo tutti i passaggi):
 $\log_{10}(200^{(x^2+1)})$.
2. Calcolare le derivate di:
a) $e^{\sqrt{x}}$ b) $x^{-4/3}$.
3. Data la funzione: $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$,
 - determinare il dominio di f ;
 - trovare i limiti agli estremi ed eventuali asintoti;
 - determinare crescita e decrescenza e punti di massimo e minimo (se esistono);
 - determinare concavità e convessità e punti di flesso (se esistono);
 - disegnare il grafico di f ;
4. Disegnare (senza eseguire lo studio di funzione) il grafico di:
 $f(x) = \frac{1}{x-1} + 1$.
5. Calcolare l'area della regione del piano limitata dal grafico della funzione
 $f(x) = \frac{1}{x-1} + 1$ e dalle rette $x=0$, $x=1/2$.
6. Data la funzione sinusoidale $y = A + B \sin(Cx + D)$, determinare i valori di A, B, C, D in modo tale che il periodo sia 2, il valore massimo della funzione sia 100, ottenuto per $x = \pi/2$, e il valore minimo sia $y = 10$.
7. Nella produzione giornaliera di un certo tipo di pillole vitaminiche, il contenuto di principio attivo è distribuito normalmente con media $\mu = 200\text{mg}$ e deviazione standard $\sigma = 12\text{mg}$.
 - a) Quale è la probabilità che il contenuto di principio attivo di una pillola sia maggiore o uguale a 220mg?
 - b) Quale è la probabilità che il contenuto di principio attivo di una pillola sia compreso tra 180 e 220mg?
 - c) Consideriamo un lotto di 500 pillole nella produzione giornaliera. Quale è la probabilità che almeno 24 di queste contengano un quantitativo di principio attivo maggiore o uguale a 220mg?
8. Un test diagnostico T per una certa malattia ha specificità = 91% e sensibilità = 67%. Sapendo che la malattia ha prevalenza = 7%, calcolare la probabilità che un soggetto negativo al test sia sano.

1. Semplificare la seguente espressione (scrivendo tutti i passaggi):

$$\frac{\log \sqrt[3]{e^{-x}}}{x}$$

2. Stabilire quale tra le due grandezze seguenti è più piccola (usare la notazione scientifica):

$$0,01 \times 10^5 \text{ mg},$$

$$0,016 \times 10^2 \text{ g}.$$

3. Calcolare le derivate di:

$$\text{a) } y = \frac{\log(x-1)}{x-1}, \quad \text{b) } y = \cos\left(\frac{x}{x-1}\right).$$

4. Studiare il grafico della funzione $f(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$.

5. a) Calcolare l'area della regione del piano compresa tra l'asse delle x , l'asse delle y e il grafico della funzione $y = x^3 - 1$.

b) Calcolare: $\int \sqrt{2x-1} \, dx$.

6. In una popolazione sono presenti due malattie, che indichiamo con A e B. La probabilità che un soggetto sia affetto dalla malattia A è pari allo 0,2 %. La probabilità che sia affetto da entrambe le malattie è dello 0,07 %, mentre la probabilità che non sia affetto da nessuna delle due è il 97 %.

a) Quale è la probabilità (condizionata) che un soggetto sia affetto dalla malattia B sapendo che è affetto dalla A ?

b) Quale è la probabilità che un soggetto sia affetto da una sola delle due malattie ?

c) Quale è la probabilità che un soggetto sia affetto da almeno una delle due malattie ?

(Suggerimento: costruire per prima cosa il grafo ad albero.)

7. In una popolazione, l'età è distribuita normalmente con media 21,4 anni e deviazione standard 2,3 anni. Quale percentuale di individui possiamo aspettarci che abbia età maggiore di 22 anni ?