

Prova scritta di Analisi II
9 luglio 2008

1) (6 punti) Stabilire se esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \log \|(x,y)\|$$

dove $\|(x,y)\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

2) (8 punti) Sia f la funzione così definita

$$f(x,y) = x\sqrt{x^2 + y^2}$$

Stabilire se

- a) f è differenziabile in $(0,0)$,
- b) f è di classe $C^1(\mathbb{R}^2)$.

3) (8 punti) Determinare $f(A)$ dove

$$f(x,y) = (x^2 - 1)(y^2 - 1), \quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}.$$

4) (8 punti) Calcolare $\int_A f$ dove

$$f(x,y,z) = 1, \quad A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1-x-y, \quad x \geq 0, y \geq 0\}$$

Prova scritta di Analisi II
20 giugno 2008

1) (6 punti) Stabilire se esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^3}{x + y^4}$$

2) (8 punti) Sia f la funzione così definita

$$f(x, y) = \|(x, y)\| \cdot (x + y)$$

dove $\|(x, y)\| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Stabilire se

- a) f è differenziabile in $(0, 0)$,
- b) f è di classe $C^1(\mathbb{R}^2)$.

3) (8 punti) Determinare $f(A)$ dove

$$f(x, y) = y - 1, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq y \leq 2 - x^2\}.$$

4) (8 punti) Calcolare $\int_A f$ dove

$$f(x, y, z) = |x| + y, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^2 \leq 9, |z| \leq 4\}$$

Prova scritta di Analisi II
31 gennaio 2008

1) (6 punti) Stabilire se esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2) \cos(y)}{\|(x,y)\|},$$

dove $\|(x,y)\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

2) (8 punti) Sia f la funzione così definita

$$f(x,y) = e^{\|(x,y)\|}.$$

Stabilire se

- a) f è differenziabile in $(0,0)$,
- b) f è di classe $C^1(\mathbb{R}^2)$.

3) (8 punti) Determinare $f(A)$ dove

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2, \quad A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}.$$

4) (8 punti) Calcolare $\int_A f$ dove

$$f(x,y) = 2xy, \quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 \leq x+y, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica II
21 dicembre 2007

1) (6 punti) Stabilire se esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x y^4}{x^2 + y^6}$$

2) (8 punti) Sia f la funzione così definita

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x y^4}{x^2 + y^6} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Stabilire se

- a) f è differenziabile in \mathbb{R}^2 ,
- b) f è di classe $C^1(\mathbb{R}^2)$.

3) (8 punti) Determinare $f(A)$ dove $f(x, y) = xy$, e

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

4) (8 punti) Calcolare $\int_A f$, dove: $f(x, y) = x e^{-y^2}$, con

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq (1 - x^2)\}$$

Prova scritta di Analisi II
11 ottobre 2007

1) (6 punti) Stabilire se esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\log(1 + |xy|)}{x^2 + y^2}.$$

2) (8 punti) Sia f la funzione così definita

$$f(x, y) = \operatorname{arctg}(1 + x^2y^2)$$

Stabilire se

- a) f è differenziabile in \mathbb{R}^2 ,
- b) f è di classe $C^1(\mathbb{R}^2)$.

3) (8 punti) Determinare $f(A)$ dove

$$f(x, y) = |x - y|, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq r^2, r > 0\}.$$

4) (8 punti) Calcolare $\int_A f$, dove: $f(x, y) = \frac{1}{\|(x, y)\|^2}$, con

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \leq \|(x, y)\| \leq 2e\}.$$

Prova scritta di Analisi II
18 settembre 2007

1) (6 punti) Stabilire se esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x+y)^2}.$$

2) (8 punti) Sia f la funzione così definita

$$f(x, y, z) = e^{\operatorname{sen}(|x+y| + |z|)}$$

Stabilire se

- a) f è differenziabile in $(0, 0, 0)$,
- b) f è di classe $C^1(\mathbb{R}^3)$.

3) (8 punti) Determinare $f(A)$ dove

$$f(x, y) = x(x-2) + y(y+6), \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-1)^2 + (y+3)^2 \leq 4\}.$$

4) (8 punti) Calcolare $\int_A f$ dove: $f(x, y, z) = 1 + xy$, e

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 2, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Prova scritta di Analisi II
11 luglio 2007

1) (6 punti) Stabilire se esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \operatorname{sen} x}{|x| + |y|}.$$

2) (8 punti) Sia f la funzione così definita

$$f(x, y) = \begin{cases} \operatorname{sen}\left(\frac{y^3}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right), & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Stabilire se

- a) f è differenziabile in $(0, 0)$,
- b) f è di classe $C^1(\mathbb{R}^2)$.

3) (8 punti) Determinare $f(A)$ dove

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 6z + 10, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}.$$

4) (8 punti) Calcolare $\int_A f$ dove: $f(x, y, z) = |z|$ e

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2 + 1 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

Prova scritta di Analisi II
6 giugno 2007

1) (6 punti) Stabilire se esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y\sqrt{x^2}}{|x| + |y|}.$$

2) (8 punti) Sia f la funzione così definita

$$f(x, y) = \text{sen}(\sqrt{x^2 + y^2}).$$

Stabilire se

- a) f è differenziabile in $(0, 0)$,
- b) f è di classe $C^1(\mathbb{R}^2)$.

3) (8 punti) Determinare $f(A)$ dove

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x + 2, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq -x \leq 1\}.$$

4) (8 punti) Calcolare $\int_A f$ dove

$$f(x, y, z) = 1, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + 4y^2 + 9z^2 \leq 4\}.$$

Prova scritta di Analisi II
5 Febbraio 2007

1) (6 punti) Stabilire se esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}.$$

2) (8 punti) Sia f la funzione così definita

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4}{x^2+y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Stabilire se

- a) f è differenziabile in $(0, 0)$,
- b) f è di classe $C^1(\mathbb{R}^2)$.

3) (8 punti) Determinare $f(A)$ dove

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2 \leq 4\}.$$

4) (8 punti) Calcolare $\int_A f$ dove

$$f(x, y, z) = |x|, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

Prova scritta di Analisi II
8 gennaio 2007

1) (6 punti) Stabilire se esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^2}.$$

2) (8 punti) Sia f la funzione così definita

$$f(x, y) = \sqrt{x^4 + x^2y^2}.$$

Stabilire se

- a) f è differenziabile in $(0, 0)$,
- b) f è di classe $C^1(\mathbb{R}^2)$.

3) (8 punti) Determinare $f(A)$ dove

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2 \leq 1\}.$$

4) (8 punti) Calcolare $\int_A f$ dove

$$f(x, y, z) = z^2, \quad A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}.$$