

1. ESERCIZI MATEMATICA. 27 NOVEMBRE 2006

(1) Calcolare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} e^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x^2-4x} - e^{-4}}{x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 12x - 8}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{1/x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log(e^x - e + 1)}{\sin(x - 1)}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}},$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\log(1 + e^x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1 - 3x^4}{e^x - e}.$$

(2) Dire in quali intervalli sono crescenti (o decrescenti) le funzioni

$$f(x) = x + \sin x, \quad f(x) = e^{1/x}, \quad x \neq 0;$$

$$f : ]-1, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x - \log(1 + x);$$

(3) Determinare il massimo e il minimo valore assunti dalle funzioni  $f : [-1, 3]$ ,  $f(x) = x^3$  e  $g : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = e^{-x^2}$ .

(4) E' data la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ . Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x).$$

Stabilire in quali intervalli la funzione e' positiva, negativa, crescente, decrescente e determinare i suoi eventuali punti di massimo o di minimo. Tracciare un grafico qualitativo della funzione data che sia compatibile con le informazioni acquisite.

(5) Data la funzione  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x(2-x)}$ , dire quali sono i suoi punti di massimo o di minimo. Tracciare un grafico qualitativo di  $f$ .

(6) Per le tre funzioni  $f_1, f_2, f_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f_1(x) = e^x + e^{-x}, \quad f_2(x) = e^{-x^2}, \quad f_3(x) = e^{-x^3},$$

calcolare  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ , dire in quali intervalli esse sono crescenti o decrescenti e tracciarne un grafico qualitativo.