

Laurea Specialistica Ingegneria Meccanica e Aeronautica  
Metodi Numerici per l'Ingegneria LS

a.a. 2008–2009

## 1 Problemi di Diffusione e Trasporto

1. Si consideri il problema:

$$-\Delta u + \nabla \cdot (\mathbf{b}u) + u = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

$$u = \phi \quad \text{su } \partial\Omega \quad (2)$$

con  $\Omega = (0, 1) \times (0, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (10^3, 10^3)$  e

$$\phi = \begin{cases} 1 & x = 0, 0 < y < 1 \\ 1 & y = 0, 0 < x < 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- Determinare il valore di  $h$  che rende la soluzione priva di oscillazioni;
- Risolvere il problema usando Comsol con elementi P1, P2 e P3, con griglie strutturate e non strutturate e passo  $h = 1/50$ .
- Scegliere ed illustrare 3 fra le tecniche di stabilizzazione proposte dal software e riportare i risultati ottenuti.

2. Si consideri il problema:

$$-\Delta u + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2} x^2 y^2 u \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{2} x y^3 u \right) = f \quad \text{in } \Omega$$
$$u = 0 \quad \text{su } \partial\Omega$$

con  $\Omega =$  cerchio avente raggio 1 e centro in un punto  $(\tilde{x}, \tilde{y})$  assegnato. Si consideri  $f(x, y) = \sqrt{\left(\frac{1}{2}x^2y^2\right)^2 + \left(\frac{1}{2}xy^3\right)^2}$ .

- Risolvere il problema nei casi  $(\tilde{x}, \tilde{y}) = (0, 0)$  e  $(\tilde{x}, \tilde{y}) = (1000, 1000)$  usando Comsol con elementi P1 e P2.
- Esaminando i numeri di Peclet definire i valori di  $h$  che rendono la soluzione non oscillante.
- Usando un passo  $h = 0.05$  introdurre, dove necessario, tecniche di stabilizzazione e riportare le soluzioni ottenute.