Dottorato in Ingegneria Civile

*** Introduzione a Matlab***

Dott. F.Incensi **27 Aprile 2011**

Esercitazione 1 :

Risolvere in ambiente Matlab i seguenti esercizi.

1. Costruire la matrice

   ```
   >> A =
         2    0    10    0    40
         5    2    0     10   0
         10   5    2     0    10
         0    10   5     2    0
         40   0    10    5    2
   ```

   - sommare gli elementi della matrice A per riga;
   - sommare tutti gli elementi della matrice A;
   - estrarre la sottomatrice principale di ordine 3 dalla matrice A;
   - estrarre l'ultima colonna della matrice A;
   - calcolare A.^2 e A^2;
   - calcolare sqrt(A) , A^(1/2) e A.^(1/2).

2. Per n = 3, 4, o 5, sia
   ```
   >> A = magic(n)
   >> p = randperm(n);
   >> q = randperm(n);
   >> A = A(p,q);
   ```
   Cosa produce l'ultimo comando?
   Testare anche:
   - sum(A)
   - sum(A')
   - sum(A')'
   - sum(diag(A))
   - sum(diag(flipud(A)))

3. CANCELLAZIONE NUMERICA. Realizzare uno script ***ex3.m*** che dati due numeri x,y:
   $$x = 5$$
   $$y = 5 - a \quad \Rightarrow \qquad (x-y) = a$$
   calcoli l'errore relativo sulla loro differenza $\varepsilon_{x-y} = \dfrac{|\,fl(x-y)-(x-y)\,|}{|\,(x-y)\,|}$ e lo stampi in una tabella insieme all'errore relativo percentuale, al diminuire di *a* nell'intervallo [1e-1:1e-18].
   NOTA BENE: con *fl(x-y)* si considera il numero finito con cui il computer approssima il risultato di x-y.

4. CANCELLAZIONE DI CIFRE SIGNIFICATIVE. Realizzare uno script ***ex4.m*** che dato il numero x:

   x = 10^(-15)

   valuti l'espressione

   ((x + 1) – 1) / x

   (il cui risultato è 1)
   Discutere il risultato ottenuto provando a calcolare separatamente

   (1 + x)
   e
   (1 + x) – 1
   e
   (1 – 1) + x

   Provare a ripetere lo script variando il numero x con valori 10^(-n) n=10, 11, 12, 13, 14, 15, 16.

5. Realizzare uno script ***ex5.m*** che applichi la formula per la risoluzione delle equazioni di II grado ax^2+bx+c=0 all'equazione

   a = 1; *b* = -100000000; *c* = 1.

   Confronta i risultati ottenuti con la funzione Matlab:
   >> roots([a b c])

   Osservare che la classica formula è utile per il calcolo di una sola radice x1: per il calcolo della seconda radice x2 si può applicare la proprietà

   x1 · x2 = *c*/*a*

6. All'indirizzo

   http://www.mathworks.com/moler/index_ncm.html

   è possible scaricare il testo *Numerical Computing with MATLAB,* un testo introduttivo per I metodi numerici, Matlab e tecniche di calcolo. Oltre al testo si possono scaricare gli m-files sviluppati nel testo e testarli (*Download NCM* software): scaricare i file e testare il file ***floatgui.m*** che mostra la distribuzione dei numeri positivi in un modello floating-point con parametri variabili. In particolare il parametro *t* descrive il numero di bits usati per immagazzinare un numero *f*.
   Cosa indicano i parametric *emin* ed *emax*?

   Modificare *floatgui.m* cambiando l'ultima linea da commento a linea di comando in modo tale che venga calcolato il numero dei valori floating-point del sistema.

7. Una matrice $A \in \Re^{nxn}$ è *definita positiva* se il prodotto scalare *<Ax,x> >0* $\forall x \in \Re^n$, $x \neq 0$.
   Equivalentemente:
   - *A* è definita positiva se e solo se ha autovalori positivi (→ comando *eig*);
   - *A* simmetrica è definita positiva se e solo se i minori principali dominanti sono tutti positivi

   Scrivere una function ***ex7m*** che ricevuta in input una matrice quadrata simmetrica *A*, stabilisca se essa è definita positiva.

8. Implementare i due m files ***Fibonacci.m*** e ***fibnum.m*** del pacchetto *NCM software*: quali differenze tra i due, sia dal punto di vista dei risultati, sia dal punto di vista dell'implementazione? Valutare i tempi di implementazione dei due algoritmi mediante le istruzioni *tic* e *toc*.

9. Utilizzare un ciclo *while* per determinare quanto tempo occorre per accumulare un milione di euro in un conto corrente bancario se vengono depositati 10 mila euro iniziali, 10 mila alla fine di ogni anno e se la banca riconosce un interesse annuo del 2% sui conti correnti.

10. Per il calcolo di π si può utilizzare il seguente metodo: si generano n coppie {(xk, yk)} di numeri casuali compresi tra 0 e 1 e di questi si calcola il numero m di punti che cadono nel primo quarto del cerchio di centro l'origine e raggio 1. Si ha che π è il limite per n $\rightarrow\infty$ dei rapporti $\pi n = 4m/n$.
    Scrivere un m-file ***ex10.m*** che esegua questo calcolo e verifichi la correttezza del risultato al crescere di n. (SUGGERIMENTO: utilizzare la funzione rand.)

11. ***Plot di un vettore complesso:*** considerare il vettore complesso

    $$w = [1+2i, -1, 2-3i, -4+5i, i]$$

    e realizzarne il plot; che cosa si ottiene? Quali sono ascissa e ordinata?

12. Scrivere un m-file ***ex12.m*** che visualizzi nello stesso grafico le due funzioni:

    $$y = sinh(x) \ , \qquad y = 0.5e^x \qquad \text{per } x \in [-2,2]$$

    utilizzando tipi di linee differenti e una legenda per distinguere le curve.

13. Scrivere uno script Matlab ***ex13.m*** che definisce la seguente matrice

    ```
    >>P=[-6 -6 -7 0 7 6 6 -3 -3 0 0 -6; -7 2 1 8 1 2 -7 -7 -2 -2 -7 -7]
    ```

    di coordinate (x,y) di 12 punti sul piano (prima riga coord. x, seconda riga coord. y).
    - Utilizzare il comando **plot**() per visualizzare il disegno rappresentato unendo i punti.
    - Una moltiplicazione matrice per vettore con A matrice diagonale A1=[0.1 0; 0 1], oppure A2=[1 0; 0 0.5] ha l'effetto di scalare le coordinate. Mostrare in un'unica finestra il plot delle due trasformazioni applicate ai punti P avvalendosi dei comandi **subplot**(), **figure** per aprire una nuova finestra e **axis([-10,10, -10,10])**)
    - Una rotazione di un angolo α dei punti nel piano è definita dalla matrice $G(\alpha) = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & -sin(\alpha) \\ sin(\alpha) & cos(\alpha) \end{bmatrix}$. Mostrare in un'unica finestra, l'effetto di due rotazioni di P per α=15°, α= 45°, α= 90°, α=215°, avvalendosi del comando **subplot**().

    (Attenzione, in Matlab per angoli misurati in radianti, utilizzare sin() e cos(), altrimenti sind() e cosd())

14. Disegnare nello script ***ex14.m*** il percorso definito dalla curva di equazione parametrica:

    $$F(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} -9 \\ -3 \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} t^3$$

    per $t \in [0,1]$.
    Disegnare poi una particella (simbolo 'o') che si muove lungo la curva per $t \in [0,1]$ (usare comando drawnow) e osservare la velocità (F'(t)) del punto al variare di t.

15. Scrivere uno script Matlab dal nome ***ex15.m*** per rappresentare le seguenti funzioni:
    - $y = x^3 - 4x \qquad x \in [-3,3]$
    - $y = 3\cos(2x) - 2\cos(x) \qquad x \in [0,2\pi]$
    - $y = \dfrac{\sin(2x)}{x} \qquad x \in [-6\pi,6\pi]$ (ATTENZIONE AL DOMINIO!!)

16. Realizzare il grafico della seguente curva *f(t)* descritta dalle equazioni parametriche:

$$f(t):\begin{cases} x = a \cdot t \cdot \cos(t) \\ y = a \cdot t \cdot sen(t) \\ z = b \cdot t \end{cases}$$

dove *a* e *b* sono due costanti reali.
Creare un diagramma tridimensionale della curva *f(t)* per ognuno dei seguenti quattro casi:

- *b* = 0.1
- *b* = 0.5
- *b* = - 0.1
- *b* = -5

porre *a* = 1 e -10 π ≤ t ≤ 10 π

Confrontare i quattro grafici ottenuti, attraverso l'opzione grafica *subplot*.

17. Scrivere un m file ***ex17.m*** che valuti la funzione

y = x.^7-7*x.^6+21*x.^5-35*x.^4+35*x.^3-21*x.^2+7*x-1

per x = 0.9880 : 0.0001 : 1.0120 e ne realizzi il plot(x,y).
Cosa si osserva? Sapendo che la funzione sopra riportata costituisce lo sviluppo di y = (x – 1).^7 cosa si può concludere?
Provare a valutare la funzione

y = (x-1).^7

realizzarne il plot (x,y) e confrontarlo con il precedente.

18. Una piastra metallica quadrata viene riscaldata a 90°C nell'angolo che ha coordinate *x* = *y* = *1*.
La distribuzione della temperatura nella piastra è data dalla seguente formula:

$$T = 90 \cdot e^{-(x-1)^2} \cdot e^{-3(y-1)^2}$$

Creare i diagrammi a contorno e a superficie per la temperatura.
Qual è la temperatura nell'angolo di coordinate *x* = *y* = *0* ?

19. Rappresentare la superficie

$$z = xy(1-x)(1-y)$$

nei diversi intervalli:

- 0 ≤ x ≤ 1 , 0 ≤ y ≤ 1 ;
- -1 ≤ x ≤ 1 , -1 ≤ y ≤ 1 ;
- 0 ≤ x ≤ 2 , 0 ≤ y ≤ 2 ;
- -1 ≤ x ≤ 2 , -1 ≤ y ≤ 2 .

insieme alle sue linee di livello.

20. Si vuole studiare il comportamento della funzione

$$y = x^n/ln(n)$$

al variare di *n* intero nell'intervallo [1 5].
Si scriva una function ***ex20.m*** che prenda in ingresso il dominio di *x*, visualizzi l'andamento delle varie funzioni per i diversi valori del parametro *n* e infine realizzi un'animazione dei risultati ottenuti.