

Esercitazione 2 :

Risolvere in ambiente Matlab i seguenti esercizi.

PRIMA DI INIZIARE:

Scaricare dall'indirizzo

http://www.mathworks.com/moler/index_ncm.html

i capitoli *interp* e *least squares*.

File utilizzati del pacchetto *ncm*:

- *polyinterp*: interpolazione Lagrange
- *piecelin*: interpolazione lineare a tratti
- *interpui*: confronto tra diverse strategie interpolanti

Altri files:

- *polyinterpN*: interpolazione Newton

1. Si calcoli il polinomio interpolante della funzione

$$F(x)=\sin(x)$$

definita sull'intervallo $[-\pi;\pi]$ impiegando 5, 11, 21, 41 punti equispaziati, implementando entrambi i polinomi interpolanti di Lagrange e di Newton. Si valuti il comportamento dell'errore (in norma inf).

2. Si ripeta l'esercizio precedente con la funzione di Runge

$$F(x)=1/(1+x^2).$$

nell'intervallo $[-5 ; 5]$ impiegando 5, 11, 21, 41 e 81 nodi equispaziati, valutando l'errore di interpolazione.

Provare successivamente una interpolazione lineare a tratti (*piecelin*), valutando l'errore commesso.

3. Data

$$F(x) = \sin(x^2),$$

definita sull'intervallo $[0 , 3]$:

- si costruisca l'interpolante lineare polinomiale a tratti di F usando successivamente $n = 2, 4, 8, 16, 32, 64$ e 128 punti equispaziati;
- per ciascun valore di n , determinare l'errore di interpolazione e riportare i valori così ottenuti in un grafico doppio logaritmico, in funzione dell'ampiezza della triangolazione $h = (b-a)/n$

4. Realizzare lo script ***interpola.m*** che calcoli il polinomio interpolante in $[a,b]$ di grado n di un insieme di punti $P_i=(x_i,y_i)$ con x_i a scelta dell'utente:

- punti x_i equidistanti;
- punti x_i definiti dagli zeri dei polinomi di Chebychev :

$$x_i = \frac{a+b}{2} - \frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{2(i-1)+1}{2(n+1)} * \pi\right), \quad i = 1, \dots, n+1$$

e y_i ottenuti dalla campionamento (valutazione) nei punti x_i della funzione

$$y = \sin(x) - 2\sin(2x).$$

Si utilizzi il metodo di Lagrange, quello Newton, l'interpolazione lineare a tratti e provare l'interpolazione a tratti con spline cubiche (built-in function **spline()**).

Lo script infine visualizzi in uno stesso grafico la funzione test da interpolare, i punti di interpolazione e i due polinomi interpolanti.

Modificare lo script affinché consideri la funzione test da interpolare $y=1/(1+x^2)$, $x \in [-5,5]$ (funzione di Runge)

Verificare cosa succede al variare del grado n .

5. Realizzare l'esercizio 3.4 del capitolo *interp* del Moler utilizzando le funzioni di interpolazione finora viste.
6. Realizzare l'esercizio 5.8 *a-b* del capitolo *leastsquares* del Moler (per calcolare l'approssimante polinomiale utilizzare la funzione *polyfit* di Matlab).
7. La temperatura T in prossimità del suolo varia al variare della concentrazione k dell'acido carbonico e della latitudine L . Per $k=1,5$ la temperatura al suolo subisce una variazione dipendente dalla temperatura secondo la seguente tabella

L	-55	-45	-35	-25	-15	-5	5	15	25	35	45	55	65
T	3.7	3.7	3.52	3.27	3.2	3.15	3.15	3.25	3.47	3.52	3.65	3.67	3.52

Si vuole costruire un modello che descriva la legge $T=T(L)$ anche per latitudini non misurate, per esempio si vuole valutare la variazione di temperatura a Roma ($L=42^\circ$).

Sperimentare nello script **test.m** le seguenti tecniche:

- Approssimazione nel senso dei minimi quadrati con un polinomio di grado 1 e 2;
- Interpolazione polinomiale;
- Interpolazione con spline cubiche.