

# Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

## A.A. 2012/2013 – II Ciclo

### Esercitazione 0

Risolvere in ambiente MATLAB i seguenti esercizi.

#### BASIC: MATRICI E VETTORI

1. Scrivere uno script Matlab **test1.m** che, dopo aver definito le seguenti variabili:

$a=[2.3 \ 5.8 \ 9];$        $b=[5.2 \ 3.14 \ 2];$

esegua le seguenti operazioni:

- Trovare il seno degli elementi di  $a$ ;
- calcolare in C il vettore somma tra  $a$  e  $b$ ;
- moltiplicare ogni elemento di  $a$  per il corrispondente elemento di  $b$ ;
- creare un vettore di valori uniformemente equispaziati tra 0 e 10 con passo 2;
- usare **linspace()** per creare una matrice  $2 \times 6$  con prima riga di 6 valori uniformi compresi tra 10 e 20 e seconda riga 6 valori uniformi compresi tra 20 e 10;
- calcolare il prodotto scalare tra  $a$  e  $b$ ;
- creare la matrice  $A$  che ha come righe i vettori  $a$  e  $b$ ;
- calcolare l'angolo  $\phi$  tra i due vettori riga di  $A$ ;
- eseguire il prodotto della matrice  $A$  per il vettore  $b$ ;

$$\text{Def. } x = (x_1, \dots, x_n)^t, y = (y_1, \dots, y_n)^t \Rightarrow \begin{aligned} \langle x, y \rangle &= x^t * y = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \dots + x_n \cdot y_n \\ \langle x, y \rangle &= |x| |y| \cos(\phi) \end{aligned}$$

$$\text{Def. } y = Ax, \quad y_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \quad i = 1, \dots, m, \quad A \in R^{m \times n}, x \in R^n$$

2. I seguenti comandi MATLAB servono per la creazione di matrici speciali:

|   |               |                               |
|---|---------------|-------------------------------|
| ▪ | <b>zeros</b>  | matrice nulla                 |
| ▪ | <b>ones</b>   | matrice con elementi pari a 1 |
| ▪ | <b>eye</b>    | matrice identità              |
| ▪ | <b>diag</b>   | matrice diagonale             |
| ▪ | <b>tril</b>   | matrice triangolare inferiore |
| ▪ | <b>triu</b>   | matrice triangolare superiore |
| ▪ | <b>hilb</b>   | matrice di Hilbert            |
| ▪ | <b>vander</b> | matrice di Vandermonde        |
| ▪ | <b>rand</b>   | matrice di numeri casuali     |

Il comando **gallery(matname, params)** crea una matrice speciale della classe matname.

Mediante la function matlab gallery definire le seguenti matrici:

a. gallery('orthog',n)

b. gallery('dorr',n)

- c. `gallery('tridiag',n,-1,2,-1)`
- d. `gallery('neumann',2^k)`
- e. `gallery('poisson',n)`

Eseguire lo studio dell'indice di condizionamento (utilizzando **cond()** e **rcond()**) in questi casi. Riportare in un grafico l'andamento dei numeri di condizione per la matrice **dorr** per diversi valori di n.

## GRAFICI e TABELLE

3. Scrivere uno script **ex3.m** che disegna in quattro sottofinestre i grafici delle funzioni

$$f_1(x) = 5x^2$$

$$f_2(x) = 5\sin^2(x) + x\cos^2(x)$$

$$f_3(x) = xe^x$$

$$f_4(x) = \ln(x) + \sin(x)$$

Si utilizzi una discretizzazione dell'intervallo di definizione in 100 punti per opportuni intervalli. Si aggiungano titolo e label x ed y e si memorizzino le funzioni nelle rispettive function MATLAB: **f1()**, **f2()**, **f3()** e **f4()**.

4. Sia definita nella function **funz.m** la funzione:

$$Z = \sin(\sqrt{X^2 + Y^2});$$

Nello script **plot\_superficie.m** visualizzare i seguenti grafici:

- (a) In figura 1 visualizzare la superficie descritta da **funz.m** in un dominio  $X, Y$  in  $[-5, 5]$  con step 0.5. (Utilizzare `meshgrid()` e `mesh`)
- (b) In figura 2 visualizzare la superficie descritta da **funz.m** in un dominio  $X, Y$  in  $[-5, 5]$ . (Utilizzare `meshgrid()` e `surf(Z)` o `surf(X,Y,Z)`)
- (c) Modificare il grafico di figura 2 con shading interpolato e altra colormap (Utilizzare `shading` e `colormap`) escludere gli assi.

5. E' in via di sviluppo un piccolo razzo per fare delle misure di *wind shear* in prossimità di temporali. Prima che inizino le verifiche, i progettisti stanno sviluppando una simulazione della traiettoria del razzo. Essi hanno trovato la seguente equazione, che credono prevederà le prestazioni del razzo di prova, dove t è il tempo trascorso in secondi:

$$altezza = 60 + 2.13t^2 - 0.0013t^4 + 0.000034t^{4.751}$$

L'equazione dà l'altezza al livello del suolo al tempo t. Il primo termine (60) è l'altezza in piedi della punta del razzo sopra il livello del suolo.

- Calcolare e stampare in una tabella il tempo e l'altezza del razzo dal momento in cui lascia il suolo, con incrementi di due secondi. Fermate il calcolo a 100 secondi, anche se il razzo non ha ancora colpito il suolo.
- Stampare il tempo in cui il razzo comincia a ricadere verso il suolo e il momento in cui avviene l'impatto.

## RISOLUZIONE DEI SISTEMI LINEARI (metodi diretti)

### (OPERATORE DIVISIONE A SINISTRA)

Per la soluzione di sistemi lineari in MATLAB si può usare l'operatore \ o divisione a sinistra:

**>> x = A \ b**

che calcola la soluzione  $x$  del sistema  $Ax=b$  con il **metodo di eliminazione di Gauss con pivoting in generale**. Nei casi particolari di sistemi con matrice  $A$  triangolare inferiore o superiore risolve con il metodo di sostituzione in avanti o all'indietro rispettivamente.

6. Dopo aver scritto il seguente sistema lineare nella forma matriciale  $Ax=b$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 2 = 0 \\ 4x_1 + 9x_2 - 3x_3 - 8 = 0 \\ -2x_1 - 1x_2 + 7x_3 - 10 = 0 \end{cases}$$

costruire un file script di Matlab dal nome **solv.m** che, presa scritta la matrice  $A$  dei coefficienti e il vettore  $b$  dei termini noti, stabilisca se il sistema ha soluzione tramite calcolo del determinante e in caso affermativo, lo risolva con il metodo di Gauss (utilizzando l'operatore \ si calcola la soluzione con il metodo di eliminazione di Gauss:  $x = A \setminus b$ , con  $[L,U,P]=lu(A)$  se ne calcola la fattorizzazione di Gauss con matrice di permutazione  $P$ ).

Utilizzare poi la fattorizzazione di Gauss già calcolata per risolvere il sistema  $Ay=c$ , dove  $c=[4 \ 8 \ -6]^T$

7. CONDIZIONAMENTO DEI SISTEMI LINEARI. Nello script file **ex\_hilb.m**, creare le matrici  $A=\text{hilb}(n)$ , per  $n=5,10,20$ . Costruire poi un vettore colonna  $x_{ex}=\text{ones}(n,1)$ , che rappresenta la soluzione esatta, e calcolare il vettore dei termini noti  $b=Ax_{ex}$ .

a. Per ogni  $n$  risolvere i sistemi lineari  $Ax=b$  e  $Ax=\bar{b}$ , dove  $\bar{b}$  è una perturbazione del vettore  $b$  ( $\bar{b}=b+0.01*\text{rand}(n,1)$ ).

b. Per ogni  $n$  stampare l'errore relativo sulla soluzione  $\frac{\|x-\bar{x}\|_2}{\|x\|_2}$ , l'errore sui dati iniziali

$\frac{\|b-\bar{b}\|_2}{\|b\|_2}$  e il condizionamento della matrice ( con  $\text{cond}(A)$ ).

Scrivere uno script simile (**ex\_rand.m**) per ripetere l'esercizio per le matrici di numeri casuali  $A=\text{rand}(n)$ ,  $n=5,10,20$ .