

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

A.A. 2012/2013 – II Ciclo

Esercitazione 6

Soluzione numerica di Equazioni Differenziali alle Derivate Parziali con metodi alle differenze finite

1. Equazione del calore monodimensionale

(a) Scrivere una function MATLAB **heat.m** che risolva mediante uno schema esplicito il problema della diffusione del calore lungo un'asta metallica di lunghezza L per un periodo di tempo T .

$$\begin{cases} u_t = au_{xx} \\ u(x,0) = f(x) \\ u(0,t) = g1(t) \\ u(1,t) = g2(t) \end{cases}$$

function w=heat(f,g1,g2,L,T,N,M,a)

Scrivere uno script **ex1a.m** che calcoli la soluzione numerica ai seguenti due problemi di conduzione del calore mediante il metodo realizzato in **heat.m** :

a1) $f(x)=\sin(\pi*x)$; $g1(t)=0$; $g2(t)=0$; $h=0.1$, $k=0.005125$, $M=200$, $L=1$, quindi $T=kM$, $N=L/h$

a2) $f(x)=\sin(\pi*x)$; $g1(t)=0$; $g2(t)=0$; $h=0.1$, $k=0.006$ e $M=171$, $L=1$

e confronti i risultati con la soluzione esatta

$$u(x,t) = \exp(-\pi^2 t) \sin(\pi x)$$

Verificare le condizioni di stabilità.

OSSERVAZIONE: come parametri di diffusività del materiale (variabile a) si considerino i seguenti: argento $a=1.71$; rame $a=1.14$; alluminio $a=0.86$; ferro $a=0.12$

(b) Scrivere una function MATLAB **heat_imp.m** che risolva mediante uno schema implicito il problema della diffusione del calore lungo un'asta metallica di lunghezza L per un periodo di tempo T .

$$\begin{cases} u_t = au_{xx} \\ u(x,0) = f(t) \\ u(0,t) = g1(t) \quad u(1,t) = g2(t) \end{cases}$$

function w=heat_imp(f,g1,g2,L,T,N,M,a)

Scrivere poi uno script **ex1b.m** che calcoli la soluzione numerica al seguente problema di conduzione del calore mediante il metodo realizzato in **heat_imp.m** utilizzando: $f(x)=x^4$; $g_1(t)=0$; $g_2(t)=1$; $h=0.2$, $N=5$, $k=0.04$, $M=5$ quindi $T=0.2$.