

**Corso di Laurea Magistrale in  
Ingegneria Biomedica  
e Ingegneria elettronica e telecomunicazioni per l'energia  
Laboratorio di Analisi Numerica  
A.A. 2018/2019 – I Ciclo**

## Esercitazione 2

Creare una cartella <cognome> in C: dove verranno salvati i file creati nella sessione di lavoro.  
Appena entrati in MATLAB posizionarsi in <cognome>.  
Risolvere in ambiente MATLAB i seguenti esercizi.

### RISOLUZIONE EQUAZIONI/SISTEMI NON LINEARI

L'ambiente MATLAB offre una built-in function per il calcolo degli zeri di una funzione *funz* in una singola variabile vicino ad  $x_0$ :

**root=fzero('funz',x0)**

che realizza l' Algoritmo di Dekker-Bren (ibrido tra secanti e bisezione)

Mentre la funzione built-in

**root=roots(c)**

calcola le radici del polinomio i cui coefficienti sono le componenti del vettore *c*.

Se *c* ha  $n+1$  componenti allora il polinomio è dato da

$$c(1)*X^n + \dots + c(n)*X + c(n+1).$$

1. Creare due function *fa.m* e *fb.m* per realizzare le seguenti funzioni:

a)  $f(x) = 1 - 2xe^{-x/2}$ ;      $[a,b]=[0,1]$

b)  $f(x) = 2 + x^{-1} \ln x$ ;      $[a,b]=[0.1,1]$

Nello script *test1.m*, disegnare per punti le due funzioni. Localizzare graficamente gli zeri delle due funzioni per determinare gli iterati iniziali con cui innescare il metodo per determinarne le radici. Determinare gli zeri delle funzioni test (a) e (b), utilizzando la funzione **fzero()** di MATLAB, e visualizzare le radici trovate sul grafico.

2. Si consideri il seguente polinomio:

$$p(x) = 30x^4 - 28x^3 - 110x^2 - 31x + 11$$

- a) Nello script *test2.m* determinare le radici di  $p(x)$  mediante la funzione **roots()** di MATLAB.  
b) Visualizzare  $p(x)$  nell'intervallo  $[(x_{\min}-0.1), (x_{\max}+0.1)]$  dove  $x_{\min}$  e  $x_{\max}$  sono il minimo e massimo tra le radici trovate, disegnare inoltre un marker nella posizione delle radici.

3. Il programma *newton.m* realizza il metodo di Newton per la risoluzione di sistemi non lineari. Si determinino le soluzioni del seguente sistema non lineare:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{(x-3)^2} \\ y = -x^3 + 4x \end{cases}$$

Si memorizzi il sistema nella funzione *funz3.m* e la matrice Jacobiana, determinata in forma analitica, nella funzione *jacf3.m*.

Si consideri come vettore iniziale  $x_0=(0,0)$  e successivamente  $x_0=(2, 1)$ .

Si confronti il numero di passi richiesti se si considera il vettore iniziale  $x_0=(10, 10)$ .

4. Scrivere una funzione *bisection.m* che realizzi il metodo di Bisezione.

In uno script *test4.m* stampare gli iterati  $x_k$  nella risoluzione dell'equazione:

$$f(x) = 2 - e^x \quad \text{in } [0.5, 1]$$

ottenuti con i metodi Newton con  $x_0=0$  (*newton.m*), secanti (*secanti.m*) e regola falsi (*regula\_falsi.m*) e con quello di bisezione. Confrontare i metodi in termini di numero di iterazioni per raggiungere una data accuratezza (radice esatta  $x^* = \ln 2 = 0.6931471806$ )

5. Una sfera di raggio  $r$  composta di materiale galleggiante è immersa nell'acqua fino ad un'altezza  $d$ . Supponiamo che la sfera abbia raggio  $r=5\text{cm}$  e sia costituita da un materiale di densità  $D_s$ . Si vuole calcolare di quanto la sfera si immerga una volta che venga messa nell'acqua, ossia l'altezza  $d$ . Applicando il principio di Archimede  $ma=ms$  dove  $ma$  è la massa d'acqua che la sfera occupa una volta immersa per una profondità  $d$  e  $ms$  è la massa della

sfera, otteniamo la seguente equazione di terzo grado:  $\frac{\pi}{3}(d^3 - 3d^2r + 4r^3s) = 0$  con  $s = D_s/D_a$ .

Se assumiamo che il rapporto tra le densità sia  $s=0.65$  (ad esempio nel caso in cui la sfera sia di legno), determinare  $d$ . Trovare inoltre i valori di  $s$  ( $s \in [0,1]$ ) per cui la sfera galleggia con il centro sotto la superficie dell'acqua.

6. **Calcolo della radice n-esima di un numero.**

*Def:* la radice n-esima o radicale n-esimo (con  $n$  non nullo) di un numero reale  $k$ , scritto come  $\sqrt[n]{k}$ , è un numero reale  $b$  tale che  $b^n = k$ .

L'equazione:

$$(*) \quad f(x) = x^n - k = 0 \quad k > 0$$

ha per  $n$  intero e per  $x > 0$  una sola soluzione reale  $b = \sqrt[n]{k}$ . Scrivere in un commento % la iterazione  $k$ -esima del metodo di Newton per (\*). La formula di Erone, (matematico alessandrino del II secolo. In realtà il metodo era già noto ai babilonesi) per il calcolo della radice quadrata è la stessa che si ottiene applicando il metodo di Newton a (\*) con  $n=2$ :

$$x_{i+1} = \frac{1}{2} \left[ x_i + \frac{k}{x_i} \right]$$

Calcolare con *newton.m* il valore  $\sqrt{2}$  scegliendo  $x_0 = 2$  richiedendo 5 cifre decimali significative.

7. **Minimo di una funzione senza vincoli**

Usare la function *newton()* per trovare il minimo delle seguenti funzioni di più variabili:

$$\min_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} f(x,y)$$

$$f_1(x,y) = 10x^2 + y^2 \quad (x^*, y^*) = (0,0) \quad (x_0, y_0) = [1; 2]$$

$$f_2(x,y) = (x-2)^4 + (x-2)^2 y^2 + (y+1)^2 \quad (x^*, y^*) = (2,-1) \quad (x_0, y_0) = [1; 1]$$

Rappresentare le superfici corrispondenti alle funzioni date, il punto di minimo trovato e le curve di livello.

Risolvere i precedenti problemi di minimo usando la function di Matlab `fminsearch()` mediante il seguente comando

$$x = \mathbf{fminsearch}(\text{fun}, x_0)$$

essendo `fun` il nome della function che contiene la funzione e `x0` il punto iniziale.