

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale/ Meccanica

Laboratorio di Analisi Numerica

A.A. 2011/2012 – II Ciclo

Esercitazione 4

Creare una cartella <cognome> in C: dove verranno salvati i file creati nella sessione di lavoro.
Appena entrati in MATLAB posizionarsi in <cognome>.
Risolvere in ambiente MATLAB i seguenti esercizi.

RISOLUZIONE DI SISTEMI LINEARI:

OPERATORE DIVISIONE A SINISTRA

Per la soluzione di sistemi lineari in MATLAB si può usare l'operatore \backslash o divisione a sinistra:

```
>> x= A \ b
```

che calcola la soluzione x del sistema $Ax=b$ con il **metodo di eliminazione di Gauss con pivoting in generale**. Nei casi particolari di sistemi con matrice A triangolare inferiore o superiore risolve con il metodo di sostituzione in avanti o all'indietro rispettivamente.

FATTORIZZAZIONE LU con pivoting

La funzione MATLAB che esegue la fattorizzazione LU con pivoting e' $[L,U,P]=lu(A)$, l'output di questa funzione sono le matrici triangolari L ed U ed una matrice di permutazione P tali che

$$PA=LU.$$

1. Dopo aver esplorato mediante l'*help* di Matlab i seguenti comandi per la creazione di matrici speciali:

- **zeros** matrice nulla
- **ones** matrice con elementi pari a 1
- **eye** matrice identità
- **diag** matrice diagonale
- **tril** matrice triangolare inferiore
- **triu** matrice triangolare superiore
- **hilb** matrice di Hilbert
- **vander** matrice di Vandermonde
- **rand** matrice di numeri casuali

Calcolare l'indice di condizionamento delle matrici di Hilbert, di Vandermonde e di numeri casuali al variare dell'ordine $n=5,10,15$, utilizzando la built-in function **cond** di MATLAB.

2. Dopo aver definito nello script *solv.m* i seguenti sistemi lineari nella forma matriciale $Ax=b$

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 2x_4 + 2 = 0 \\ -2x_1 - 7x_2 - 3x_3 + 4x_4 - 13 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - x_4 + 7 = 0 \\ 2x_2 + 10x_3 + 5x_4 - 10 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 - 2x_4 = 16 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = -15 \\ 3x_1 - 10x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -15 \end{cases} \quad \begin{cases} 12x_1 - 15x_2 = 8 \\ -4x_1 + 5x_2 = 10 \end{cases}$$

stabilire se i sistemi hanno soluzione e in caso affermativo, risolverli con il metodo della matrice inversa (utilizzando la funzione **inv** di Matlab) e della divisione a sinistra (utilizzando l'operatore \ che calcola la soluzione con il metodo di eliminazione di Gauss: $x = A \setminus b$). Quale dei due metodi risulterà computazionalmente più efficiente?

3. CONDIZIONAMENTO DEI SISTEMI LINEARI. Nello script file *ex3_hilb.m*, creare le matrici $A = \text{hilb}(n)$, per $n=5,10,20$. Costruire poi un vettore colonna $x_{ex} = \text{ones}(n,1)$, che rappresenta la soluzione esatta, e calcolare il vettore dei termini noti $b = Ax_{ex}$.

a. Per ogni n risolvere i sistemi lineari $Ax=b$ e $Ax = \bar{b}$, dove \bar{b} è una perturbazione del vettore b ($\bar{b} = b + 0.01 * \text{rand}(n,1)$).

b. Per ogni n stampare l'errore relativo sulla soluzione $\frac{\|x - \bar{x}\|_2}{\|x\|_2}$, l'errore sui dati iniziali

$$\frac{\|b - \bar{b}\|_2}{\|b\|_2} \text{ e il condizionamento della matrice (con } \text{cond}(A) \text{).}$$

Scrivere uno script simile (*ex3_rand.m*) per ripetere l'esercizio per le matrici di numeri casuali $A = \text{rand}(n)$, $n=5,10,20$.

4. Il determinante di una matrice triangolare è uguale al prodotto dei suoi elementi diagonali. Utilizza questo fatto per sviluppare una function MATLAB (**detA = calcDet(A)**) che calcoli il determinante di una matrice A arbitraria di dimensione n utilizzando la fattorizzazione LU.

5. Realizzare una function MATLAB **UTriSol.m** che risolva il sistema lineare con matrice dei coefficienti triangolare superiore A e vettore dei termini noti b ($Ax=b$) mediante il metodo di sostituzione all'indietro:

function x = UTriSol(A,b)

.....

6. Costruire una funzione MATLAB dal nome **LU_solve_gen.m** per il calcolo della soluzione di una generale equazione $AX=B$, con X,B matrici, che utilizza la fattorizzazione LU. Utilizzarla poi per il calcolo dell'inversa A^{-1} delle seguenti matrici

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Confrontare i risultati con la built-in function MATLAB **inv(A)**.